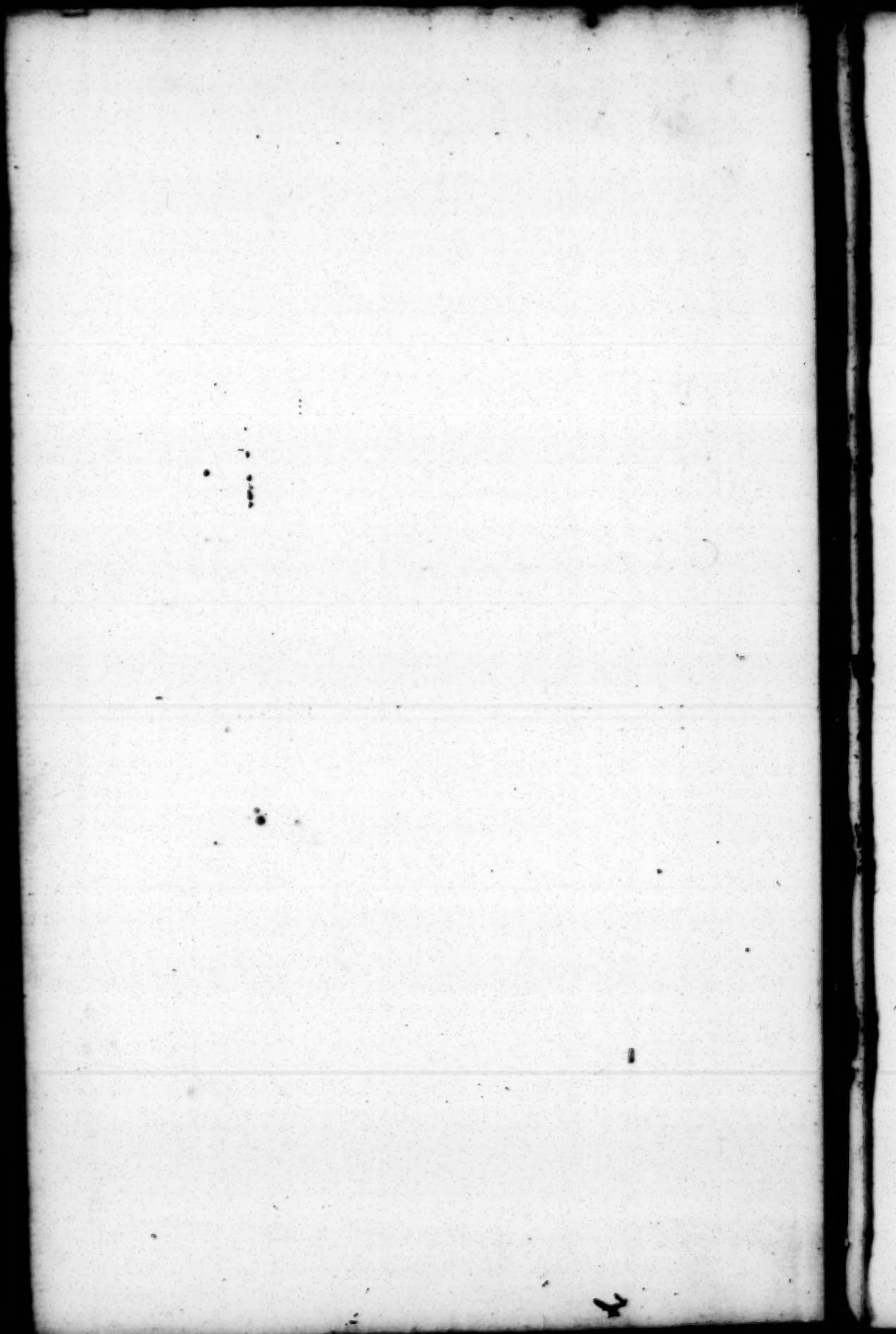


PROPOSITIONES.
GEOMETRICÆ,

More VETERUM demonstratæ.





PROPOSITIONES
GEOMETRICÆ,

More VETERUM demonstratæ,

Ad GEOMETRIAM ANTIQUAM illu-
strandam et promovendam idoneæ.

Auctore MATTHÆO STEWART, S. T. D. *K*

In Academia Edinensi Matheseos Professore.

12 E h

EDINBURGI:

Typis SANDS, MURRAY, et COCHRAN.

Prostant venales apud A. MILLAR, J. Nourse, et D.
WILSON, *Londini*; et W. SANDS, et A. KINCAID
& J. BELL, *Edinburgi*.

MDCCLXIII.

31



NOBILISSIMO VIRO,
JACOBO-STEWARTO MACKENZIE,
DE ROSEHAUGH,
ARMIGERO;
SECRETI SIGILLI SCOTIÆ CUSTODI;
SERENISSIMO DOMINO REGI A SANCTIO-
RIBUS CONCILIIS;
BONARUM ARTIUM AC SCIENTIARUM PA-
TRONO, ATQUE CULTORI EXIMIO,

D. D. D.

MATTHÆUS STEWART.

A D L E C T O R E M

P R Æ F A T I O.

EX quo in hoc publico Matheſin proſitendi munere conſtitutus ſum, Geometriam præcipue excolendam inſtitui ; tum quod ea in Matheſi immane quantum patet, tum quod demonſtrationes geometrica omnium maxime menti ſatiſfaciunt, et res inveſtigandas, et demonſtrandas, plena et plana ſerie, quaſi ob oculos, ponunt : quare, ut ſtudioſæ juventuti quam maxime proſim, exercitationes geometricas identidem proponere, ſtatuo. Propoſitiones, igitur, paginis ſequentibus traditæ, ut pleraque proriſus novæ, et more veterum demonſtratæ ſunt, ita ſpem faciunt, iis ſaltem qui geometriam antiquam ſpirant, haud fore ingratas. Paucae admodum ſunt, ex multis, quas voluminum aliquot poſthac materiam deſtino, modo per valetudinem, et docendi laborem, licuerit. Ad hæcæ autem intelligendas quæ in hoc volumine continentur, ſatis eſt, ſi vel primi ſex libri Euclidis

clidis Elementorum teneantur ; et hujusmodi librum idoneum arbitror, ut, post lectos illos Euclidis libros, manibus studiosorum teratur : quippe qui ad animi intensionem defigendam, notionesque augendas, pertineat, et ad presse et accurate cogitandi et ratiocinandi habitum in primis conferat ; quod non tantum in studiis mathematicis, sed in cæteris etiam disciplinis, et plerisque vitæ institutis, perutile est.

Edinburgi, in Ædib. Acad.

9^o Maii, 1763.

PRO-

PROPOSITIONUM
GEOMETRICARUM
LIBER PRIMUS.

PROP. I. *Fig. 1. 2.*

IN recta linea AB sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et bifariam secetur AB in E; erit rectangulum DCE æquale rectangulo ACB.

Factum jam fit; et sit CF normalis rectæ BC, et ipsi æqualis; jungantur B, F; et ducatur EG parallela rectæ BF; occurratque rectæ CF in G; jungantur AF, DF, AG, DG; occurratque AG rectæ BF in H; et ducatur HK parallela rectæ AB, rectæ CF occurrens in K.

Quoniam est rectangulum DCE æquale rectangulo ACB, et est rectangulum DCE duplum trianguli DCG; æqualis enim est

A
CG

CG ipsi CE, et etiam rectangulum ACB duplum trianguli ACF; erit triangulum DCG æquale triangulo ACF; et, dempto communi triangulo ACG, erit triangulum DAG æquale triangulo FAG; parallelæ igitur sunt AG, DF; quare erit HF ad FB ut AD ad DB. Quoniam vero est AC ad HK ut AG ad GH, et est AG ad GH ut AE ad EB, [parallelæ enim sunt rectæ BF, EG]; erit AC ad HK ut AE ad EB: est autem AE æqualis ipsi EB; est igitur AC ipsi HK æqualis; quare erit AC ad CB ut HK ad CB, hoc est, ut FH ad FB, hoc est, ut AD ad DB. Quod quidem verum est.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, et est AD ad DB ut HF ad FB, hoc est, ut HK ad CB, erit AC ad CB ut HK ad CB; æqualis igitur est AC ipsi HK; quare erit AG æqualis ipsi GH; et est AE æqualis ipsi EB; quare erit AG ad GH ut AE ad EB; parallelæ igitur sunt EG, BF; est igitur GC ad CE ut FC ad CB; equalis autem est FC ipsi CB; quare erit GC æqualis ipsi CE. Quoniam vero parallelæ sunt AG,

AG, DF, erit triangulum ADG æquale triangulo AFG; et, addito communi triangulo ACG, erit triangulum DCG æquale triangulo ACF; quare erit duplum trianguli DCG æquale duplo trianguli ACF; est autem rectangulum DCG, hoc est, rectangulum DCE, duplum trianguli DCG; et est rectangulum ACF, hoc est, rectangulum ACB, duplum trianguli ACF; est igitur rectangulum DCE æquale rectangulo ACB. *Q. E. D.*

PROP. II. *Fig. 1. 2.*

In recta linea AB sumantur duo puncta C, D, et sit AB bisecta in E, sitque rectangulum DCE æquale rectangulo ACB; erit AC ad CB ut AD ad DB.

Factum jam sit; et sit CF normalis rectæ BC, et ipsi æqualis; et jungantur AF, BF, DF; et ducatur AG parallela rectæ DF; occurratque rectis CF, BF in G, H; ducatur HK parallela rectæ AB; occurratque rectæ CF in K; et jungantur DG, EG.

Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB,

et est AD ad DB ut HF ad FB, hoc est, ut HK ad CB, erit AC ad CB ut HK ad CB; æqualis igitur est AC ipsi HK; quare erit AG æqualis ipsi GH; est autem AE æqualis ipsi EB; quare erit AG ad GH ut AE ad EB; parallelæ igitur sunt EG, BF; est igitur GC ad CE ut FC ad CB; æqualis autem est FC ipsi CB; quare erit GC æqualis ipsi CE. Quoniam vero parallelæ sunt AG, DF, erit triangulum ADG æquale triangulo AFG, et, addito communi triangulo ACG, erit triangulum DCG æquale triangulo ACF; quare erit duplum trianguli DCG æquale duplo trianguli ACF; est autem rectangulum DCG, hoc est, rectangulum DCE, duplum trianguli DCG; et est rectangulum ACF, hoc est, rectangulum ACB, duplum trianguli ACF; est igitur rectangulum DCE æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum DCE æquale rectangulo ACB, et est rectangulum DCE duplum trianguli DCG; æqualis enim est CG ipsi CE, et etiam rectangulum ACB duplum trianguli ACF; erit triangulum

lum DCG æquale triangulo ACF; et, dempto communi triangulo ACG, erit triangulum DAG æquale triangulo FAG; parallelæ igitur sunt AG, DF; quare erit HF ad FB ut AD ad DB. Quoniam vero est AC ad HK ut AG ad GH, et est AG ad GH ut AE ad EB, parallelæ enim sunt BF, EG, erit AC ad HK ut AE ad EB; est autem AE æqualis ipsi EB; est igitur AC æqualis ipsi HK; quare erit AC ad CB ut HK ad CB; hoc est, ut HF ad FB; hoc est, ut AD ad DB. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. III. *Fig. 3. 4.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et fit DE normalis diametro AB, per punctum C ducatur quævis recta CE, rectæ DE occurrens in E, et circulo in F, G; erit FC ad CG ut FE ad EG.

Factum jam fit; et fit H centrum circuli; bisecta fit FG in K; et jungantur H, K.

Quoniam est FC ad CG ut FE ad EG, et est FG bisecta in K, erit [1. h.] rectangulum

gulum ECK æquale rectangulo FCG. Quoniam vero est FG bisecta in K, et est H centrum circuli, rectus erit angulus CKH; rectus autem est angulus CDE; in circulo igitur sunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum ECK æquale rectangulo DCH; et est rectangulum FCG æquale rectangulo ACB; quare erit rectangulum DCH æquale rectangulo ACB. Quoniam vero in recta AB sumuntur duo puncta CD, et est AB bisecta in H, et rectangulum DCH æquale rectangulo ACB, erit [2. h.] AC ad CB ut AD ad DB. $\mathcal{Q} \mathcal{Q} V$.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, et est AB bisecta in H, erit [1. h.] rectangulum DCH æquale rectangulo ACB; hoc est, rectangulo FCG. Quoniam vero est H centrum circuli, et est FG bisecta in K, rectus erit angulus CKH; rectus autem est angulus CDE; in circulo igitur sunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum ECK æquale rectangulo DCH; hoc est, rectangulo FCG. Quoniam in recta FG sumuntur duo puncta C, E, et est FG bisecta in K, et est rectangulum ECK æquale rectangulo

gulo FCG, erit [2. h.] FC ad CG ut FE ad EG. 2. E. D.

P R O P. IV. Fig. 3. 4.

Sit recta DE normalis AB diametro circuli, et ipsi occurrat in D, et sit quævis recta CE rectis AB, DE occurrens in C, E, et circulo in F, G, sitque ut FC ad CG ita FE ad EG; erit AC ad CB ut AD ad DB.

Factum jam sit; et sit H centrum circuli; bisecta sit FG in K; et jungantur H, K.

Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, et est AB bisecta in H, erit [1. h.] rectangulum DCH æquale rectangulo ACB; hoc est, rectangulo FCG: quoniam vero est H centrum circuli, et est FG bisecta in K, rectus erit angulus CKH; rectus autem est angulus CDE; in circulo igitur sunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum ECK æquale rectangulo DCH; hoc est, rectangulo FCG. Quoniam in recta FG sumuntur duo puncta C, E, et est FG bisecta in K, et rectangulum ECK æquale rectangulo FCG,

FCG, erit [2. h.] FC ad CG ut FE ad EG.
 Q. Q. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est FC ad CG ut FE ad EG, et est FG bisecta in K, erit [1. h.] rectangulum ECK æquale rectangulo FCG; hoc est, rectangulo ACB. Quoniam vero est H centrum circuli, et est FG bisecta in K, rectus erit angulus CKH; rectus autem est angulus CDE; in circulo igitur sunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum DCH æquale rectangulo ECK; hoc est, rectangulo ACB. Quoniam vero in AB sumuntur duo puncta C, D, et est AB bisecta in H, et rectangulum DCH æquale rectangulo ACB, erit [2. h.] AC ad CB ut AD ad DB. Q. E. D.

P R O P. V. Fig. 5. 6.

Sit triangulum ABC, et bifariam secetur BC in D, et ducatur AE parallela rectæ BC, per punctum D ducatur quævis recta, rectis AB, AC, AE occurrens in F, G, H; erit GD ad DF ut GH ad HF.

Factum

Factum jam fit. Quoniam est GD ad DF ut GH ad HF, erit, alternando, GD ad GH ut DF ad FH; est autem DG ad GH ut DC ad AH; et est DF ad FH ut BD ad AH; quare erit DC ad AH ut BD ad AH; æquales igitur sunt BD, DC; quare erit BC bisecta in D. $\mathcal{Q}, \mathcal{Q}, V.$

Componetur autem sic. Quoniam est BC bisecta in D, erit DC æqualis ipsi BD; quare erit DC ad AH ut BD ad AH; est autem DC ad AH ut DG ad GH; et est BD ad AH ut DF ad FH; quare erit DG ad GH ut DF ad FH; et, alternando, erit GD ad DF ut GH ad HF. $\mathcal{Q}, E. D.$

P R O P. VI. Fig. 7. 8.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque AC ad CB ut AD ad DB, per punctum D ducatur quævis recta, circulo occurrens in E, F, et CE, CF jungantur; erit EC ad CF ut ED ad DF.

Factum jam fit. Ducatur CG normalis rectæ AC, rectæ EF occurrens in G; et ducantur

B

cantur

cantur EH, FK normales rectæ AB, ipsi occurrentes in H, K; ducantur etiam EL, FM parallelæ rectæ DC, rectæ CG occurrentes in L, M.

Quoniam est EC ad CF ut ED ad DF, et est ED ad DF ut EH ad FK, erit EC ad CF ut EH ad FK; recti autem sunt anguli CHE, CKF; æquiangula igitur sunt triangula CHE, CKF; quare erit CH ad CK ut EH ad FK; est autem CH ad CK ut EL ad FM, hoc est, ut EG ad GF, et EH ad FK ut ED ad DF; quare erit EG ad GF ut ED ad DF. Quod quidem [3. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [3. h.] EG ad GF ut ED ad DF, et est EG ad GF ut EL ad FM, hoc est, ut HC ad CK, et ED ad DF ut EH ad FK; quare erit CH ad CK ut EH ad FK; æquiangula igitur sunt triangula CHE, CKF; quare erit EC ad CF ut EH ad FK; est autem EH ad FK ut ED ad DF; quare erit EC ad CF ut ED ad DF.
Q. E. D.

PROP.

P R O P. VII. Fig. 9. 10.

Sit triangulum ABC, et bifariam secetur BC in D, et ducatur AE parallela rectæ BC, per punctum D ducatur DE normalis rectæ AE, ipsi occurrens in E, per punctum D ducatur quævis recta, rectis AB, AC occurrens in F, G, et jungantur EF, EG; erit EF ad EG ut FD ad DG.

Factum jam fit. Ducantur FK, GL parallelæ rectæ ED, rectæ AE occurrentes in K, L; ducantur etiam GM, FN parallelæ rectæ AE, rectæ DE occurrentes in M, N; et occurrat FG rectæ AE in H.

Quoniam est EF ad EG ut FD ad DG, et est FD ad DG ut FN ad GM, erit EF ad EG ut FN ad GM; æquiangula igitur sunt triangula ENF, EMG; quare erit EN ad EM ut FN ad GM; est autem EN ad EM ut FK ad GL, hoc est, ut FH ad HG, et est FN ad GM ut FD ad DG; quare erit FH ad HG ut FD ad DG. Quod quidem [5. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [5. h.] FH ad HG ut

B 2

FD

FD ad DG, et est FH ad HG ut FK ad GL, hoc est, ut EN ad EM, et FD ad DG ut FN ad GM, erit EN ad EM ut FN ad GM; æquiangula igitur sunt triangula ENF, EMG; quare erit EF ad EG ut FN ad GM; est autem FN ad GM ut FD ad DG; quare erit EF ad EG ut FD ad DG. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. VIII. Fig. 11. 12.

Sit recta linea AB, et in ipsa sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et ducantur AE, BF normales rectæ AB, per punctum C ducatur quævis recta, rectis AE, BF occurrens in, G, H, et DG, DH jungantur; erit DG ad DH ut GC ad CH.

Factum jam fit. Quoniam est GD ad DH ut GC ad CH, et est GC ad CH ut AG ad BH, erit DG ad DH ut GA ad BH; æquiangula igitur sunt triangula GAD, DBH; quare erit GA ad BH ut AD ad DB; est autem GA ad BH ut AC ad CB; est igitur AC ad CB ut AD ad DB. \mathcal{Q} . \mathcal{Q} . V.

Componetur autem sic. Quoniam est AC
ad

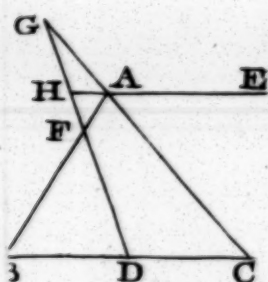
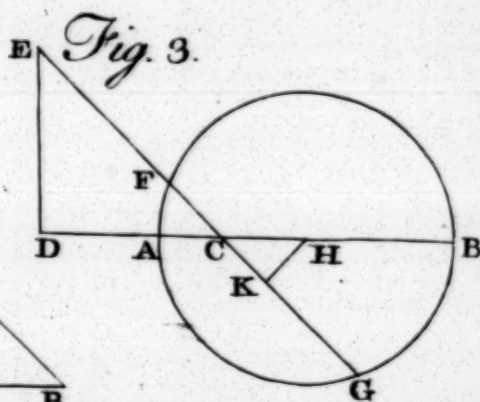
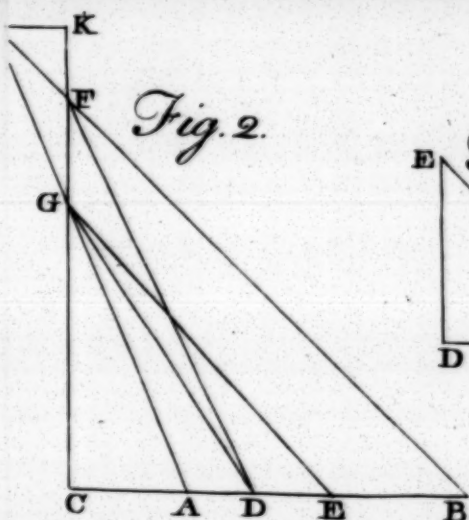


Fig. 6.

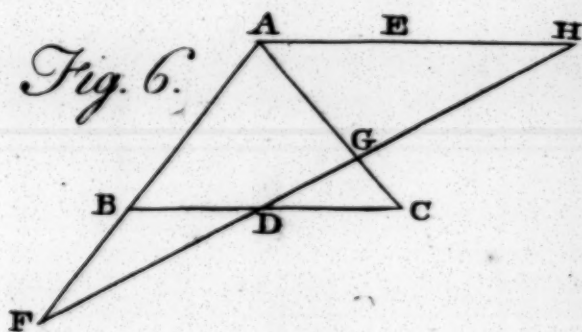
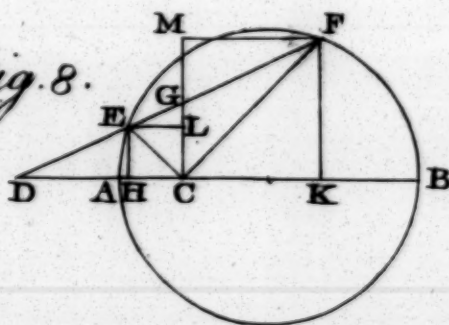
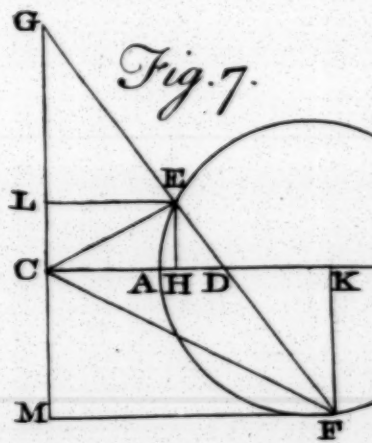
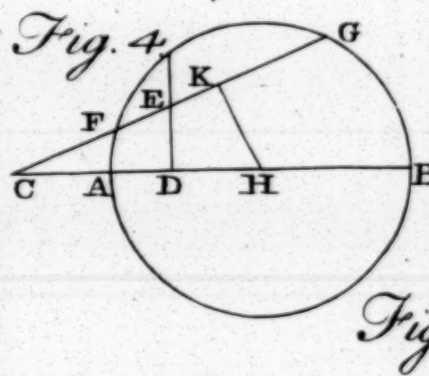
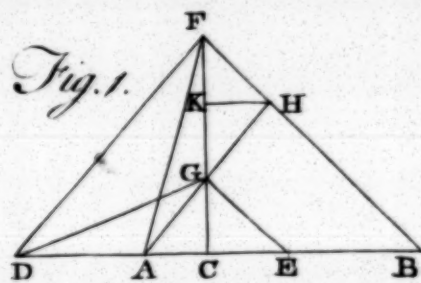


Fig. 8.





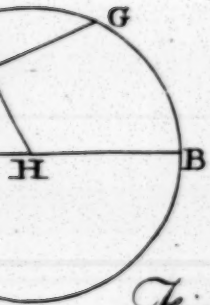
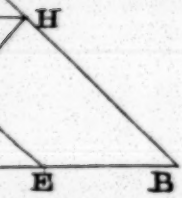


Fig. 5.

Fig. 7.

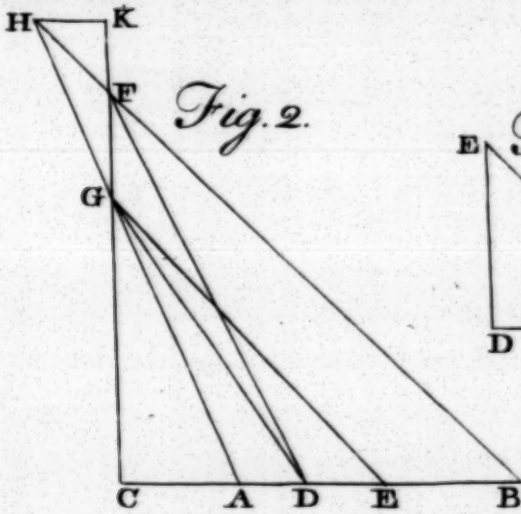
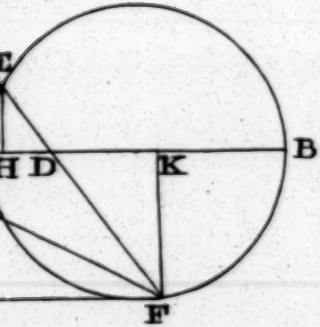


Fig. 2.

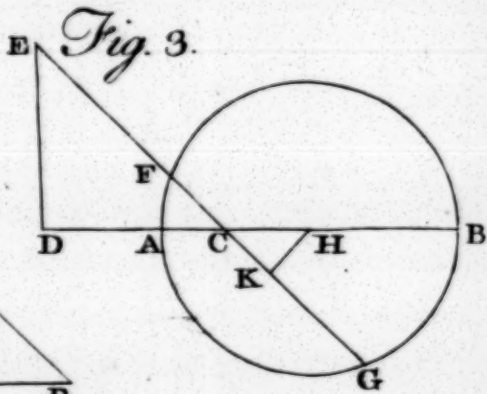


Fig. 3.

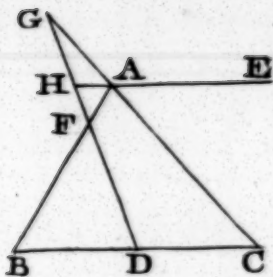


Fig. 6.

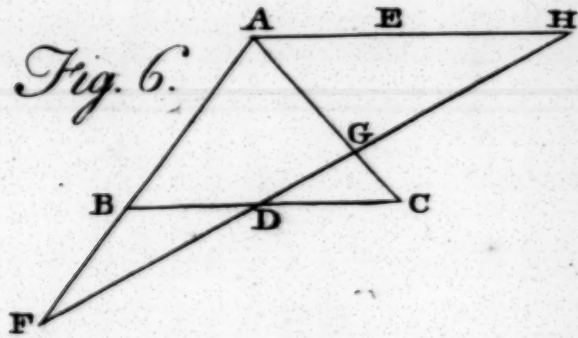
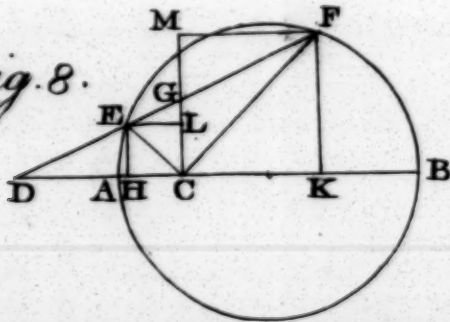
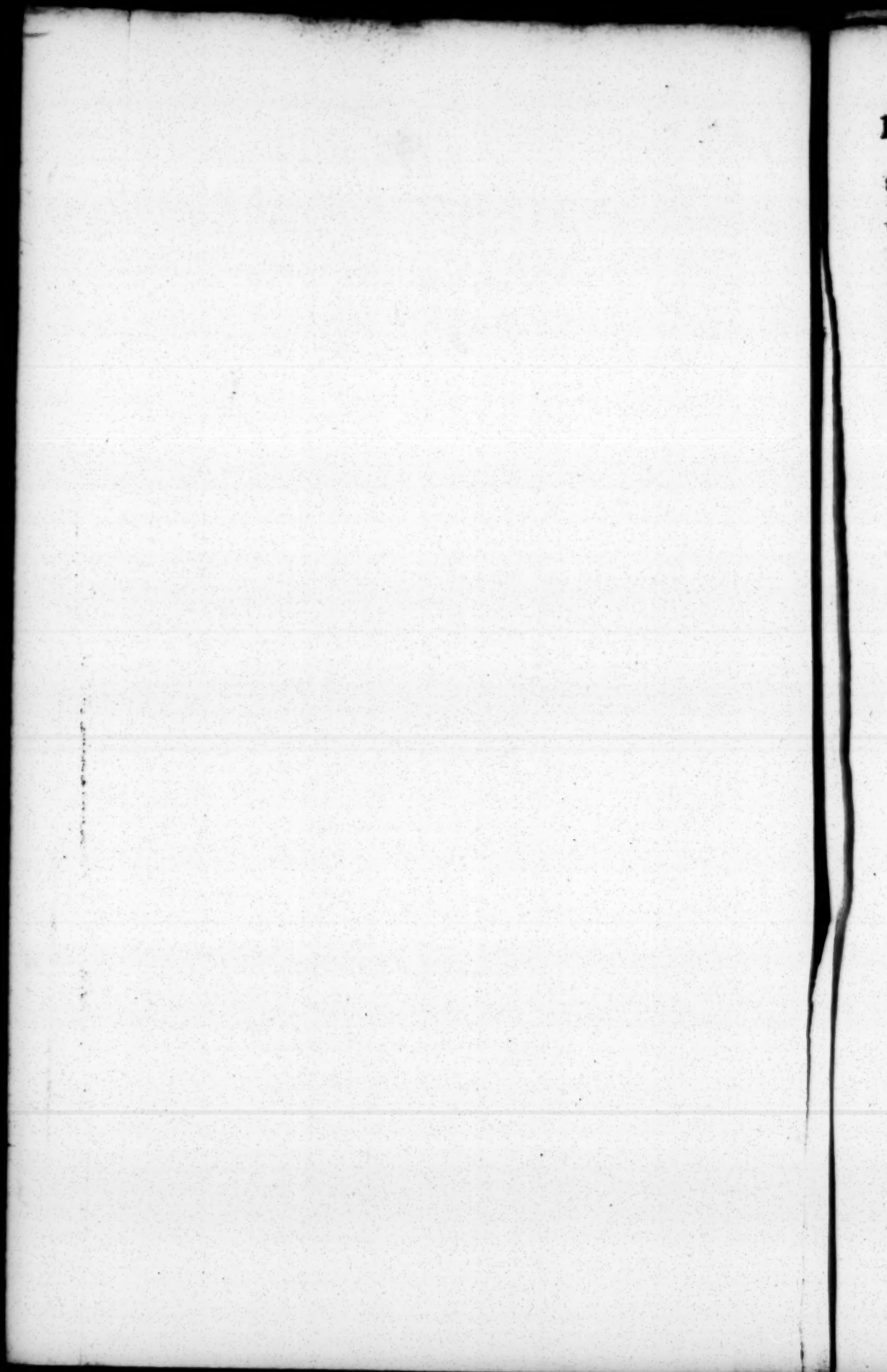


Fig. 8.





ad CB ut AD ad DB, et est GA ad BH ut AC ad CB, erit GA ad BH ut AD ad DB; æquiangula igitur sunt triangula GAD, DBH; quare erit GD ad DH ut GA ad BH; est autem GA ad BH ut GC ad CH; quare erit GD ad DH ut GC ad CH.
 Q. E. D.

P R O P. IX. Fig. 13. 14.

In AB diametro circuli sumatur quodvis punctum C, et ducatur CDE circulo occurrens in D, E, et sit DF normalis diametro AB, ipsi occurrens in F, et circulo in G, et jungantur EG, occurratque AB in H; erit AC ad CB ut AH ad HB.

Factum jam sit. Et sit K centrum circuli; et jungantur G, K, circulo occurrens in L, et jungantur D, L; quoniam est AC ad CB ut AH ad HB, et est AB bisecta in K, erit [1. h.] rectangulum CHK æquale rectangulo AHB, hoc est, rectangulo GHE; in circulo igitur sunt puncta C, E, K, G; æqualis igitur est angulus HKG angulo DEG, hoc est,

est, angulo DLG; parallelæ igitur sunt rectæ DL, AK; quare erit angulus GFK æqualis angulo GDL; rectus autem est angulus GDL; rectus igitur est angulus GFK; quare erit recta DF normalis diametro AB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est DF normalis diametro AB, rectus erit angulus GFK; rectus autem est angulus GDL; parallelæ igitur sunt rectæ AK, DL; æqualis igitur est angulus HKG angulo DLG, hoc est, angulo DEG; in circulo igitur sunt puncta C, E, K, G; quare erit rectangulum CHK æquale rectangulo GHE, hoc est, rectangulo AHB. Quoniam vero in recta AB sumuntur duo puncta C, H, et est AB bisecta in K, et est rectangulum CHK æquale rectangulo AHB, erit [2. h.] AC ad CB ut AH ad HB. *Q. E. D.*

P R O P. X. *Fig. 13. 14.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, H, sitque ut AC ad CB ita AH ad HB,

HB, et a punctis C, H, inflectantur CE, HE ad punctum quodvis E in circulo, occurrentes circulo in D, G; erit juncta DG normalis diametro AB.

Factum jam fit. Et fit K centrum circuli; et jungantur G, K, circulo occurrens in L; jungantur D, L; occurratque DG rectæ AB in F.

Quoniam est DG normalis diametro AB, rectus erit angulus GFK; rectus autem est angulus GDL; parallelæ igitur sunt AK, DL; quare erit angulus GKH æqualis angulo GLD, hoc est, angulo GED; in circulo igitur sunt puncta C, E, K, G; erit igitur rectangulum CHK æquale rectangulo EHG, hoc est, rectangulo AHB. Quoniam vero in recta AB sumuntur duo puncta C, H, et est AB bisecta in K, et est rectangulum CHK æquale rectangulo AHB, erit [2. h.] AC ad CB ut AH ad HB. 2. 2. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AH ad HB, et est AB bisecta in K, erit [1. h.] rectangulum CHK æquale rectangulo AHB,
hoc

hoc est, rectangulo EHG; in circulo igitur sunt puncta C, E, K, G; quare erit angulus GKH æqualis angulo GED, hoc est, angulo GLD; parallelæ igitur sunt AK, DL; quare erit angulus GFK æqualis angulo GDL; rectus autem est angulus GDL; rectus igitur est angulus GFK; quare erit DG normalis rectæ AB. \angle E. D.

P R O P. XI. Fig. 15. 16.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et a punctis C, D, inflectantur CE, DE ad punctum quodvis E in circulo, occurrentes circulo in F, G; erit EC ad CF ut ED ad DG.

Factum jam fit. Ducatur FH parallela diametro AB, rectæ DE occurrens in H; occurratque juncta FG diametro AB in K.

Quoniam est EC ad CF ut ED ad DG, et est EC ad CF ut ED ad DH, erit ED ad DH ut ED ad DG; æquales igitur sunt DH, DG; quare æquales sunt FK, KG; est igitur

tur FG normalis diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB. $\mathcal{Q} \mathcal{Q} V$.

Componetur autem sic. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] FG normalis diametro AB; quare æquales sunt FK, KG; æquales igitur sunt DH, DG; est igitur ED ad DH ut ED ad DG; est autem EC ad CF ut ED ad DH; quare erit EC ad CF ut ED ad DG. $\mathcal{Q} E. D.$

P R O P. XII. Fig. 17. 18.

Si in AB diametro circuli sumatur punctum C, et ducatur CD, circulo occurrens in D, E punctis, a puncto vero D ducatur DF normalis rectæ CD, occurratque diametro AB in puncto F, et circulo in G; erit DC ad CE ut DF ad FG.

Factum jam fit. A puncto E ducatur EH parallela diametro AB; occurratque rectæ DF in H et circulo in K; jungantur G, K; occurratque diametro AB in L.

Quoniam est DC ad CE ut DF ad FG, et est DC ad CE ut DF ad FH, erit DF ad

C

FG

FG ut DF ad FH; æquales igitur sunt FH, FG; quare KL, LG inter se æquales sunt; rectus igitur est angulus GLA; quare angulus GKE rectus erit; rectus igitur est angulus CDG. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam rectus est angulus CDG, rectus erit angulus GKE; rectus igitur est angulus GLA; quare KL, LG inter se æquales sunt; æquales igitur sunt FH, FG; est igitur DF ad FH ut DF ad FG; est autem DC ad CE ut DF ad FH; est igitur DC ad CE ut DF ad FG. *Q. E. D.*

P R O P. XIII. *Fig. 19. 20.*

Si in AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et per E centrum circuli ducatur EF normalis diametro AB, et per punctum C ducatur recta CF rectæ EF occurrens in F, per punctum D ducatur quævis recta DG, circulo occurrens in G, H punctis, et a puncto G ducatur GK, ad easdem partes rectæ

rectæ DG ad quas partes diametri AB est punctum F, et sit angulus DGK æqualis angulo CFE, occurratque GK circulo in L, et rectæ CF in M; erit GM ad ML ut GD ad DH.

Factum jam sit. Jungantur C, G; occurratque circulo in N; et jungantur NL, NH.

Quoniam est GM ad ML ut GD ad DH, et est [11. h.] GD ad DH ut GC ad CN, erit GM ad ML ut GC ad CN; parallelæ igitur sunt rectæ LN, CM. Quoniam vero est AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] NH normalis diametro AB; parallelæ igitur sunt rectæ NH, EF; quare erit angulus HNL æqualis angulo CFE; est autem angulus HNL æqualis angulo HGL, vel DGK; est igitur angulus DGK æqualis angulo CFE. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est angulus DGK, vel HGL, æqualis angulo CFE, et est angulus LNH æqualis angulo HGL, erit angulus LNH æqualis angulo CFE. Quoniam vero est AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] NH normalis diametro AB; parallelæ igitur

tur sunt NH , EF ; est autem angulus LNH æqualis angulo CFE ; parallelæ igitur sunt rectæ LN , CM ; quare erit GM ad ML ut GC ad CN ; et est [11. h.] GC ad CN ut GD ad DH ; est igitur GM ad ML ut GD ad DH . \mathcal{Q} . *E. D.*

P R O P. XIV. *Fig. 21.*

In AB diametro circuli sumatur punctum C extra circum, et ducatur CD normalis diametro AB, sitque quævis recta EF, circumlo occurrens in E, F, et rectæ CD in D; erit rectangulum EDF æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CD.

Factum jam sit. Ducatur DG , circumlo contingens in G ; sit H centrum circuli; et jungantur HD , HG .

Quoniam est rectangulum EDF æquale rectangulo ACB , simul cum quadrato ex CD , et est rectangulum EDF æquale quadrato ex DG , erit quadratum ex DG æquale rectangulo ACB , simul cum quadrato ex CD ; addatur quadratum ex HG vel HA
utrisque,

H

Fig. 10.

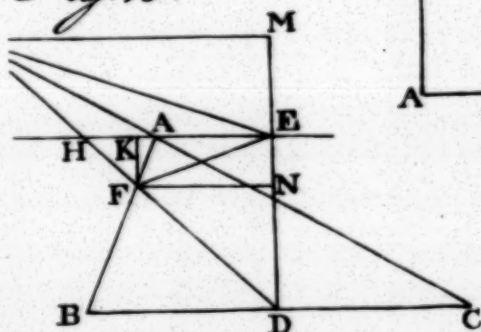


Fig. 11.

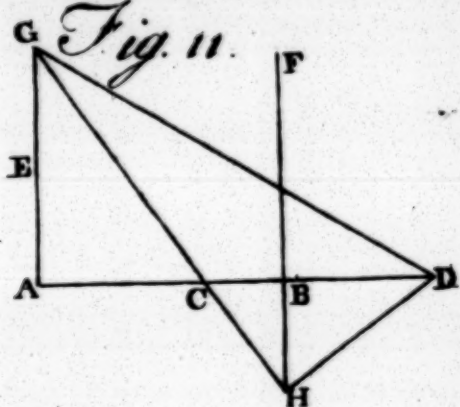


Fig. 13. E

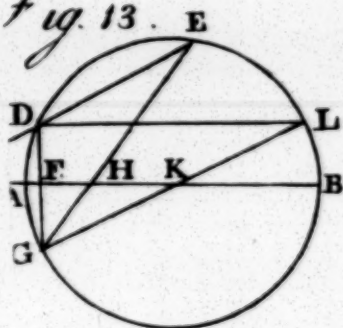


Fig. 14

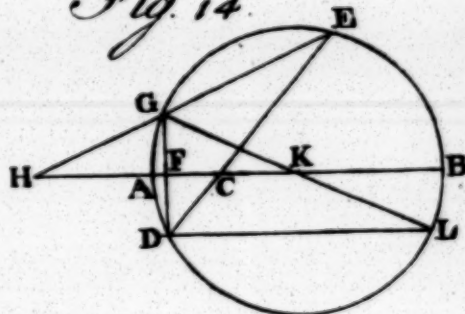


Fig. 16.

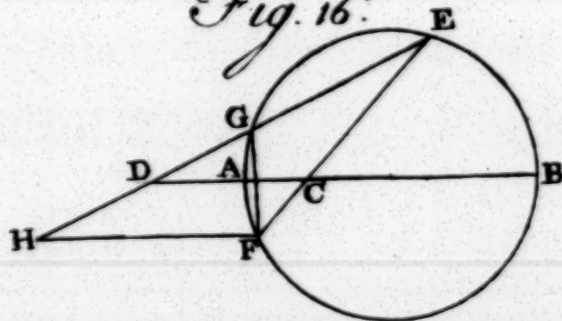


Fig. 9.

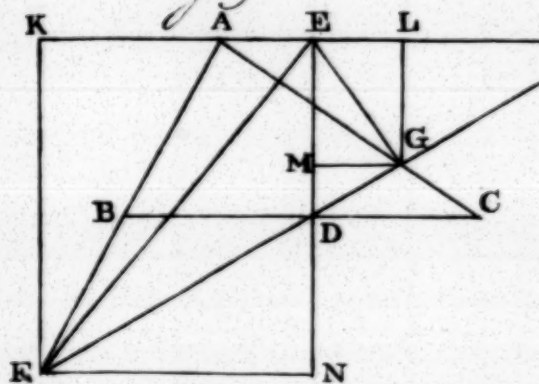


Fig. 12.

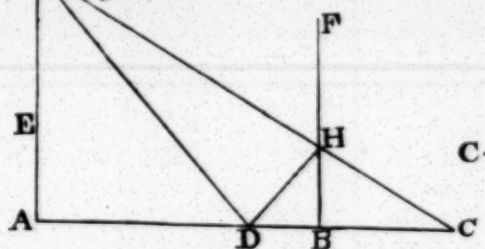
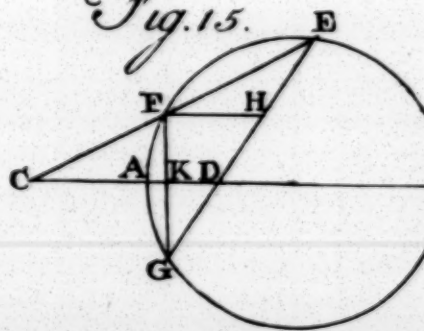
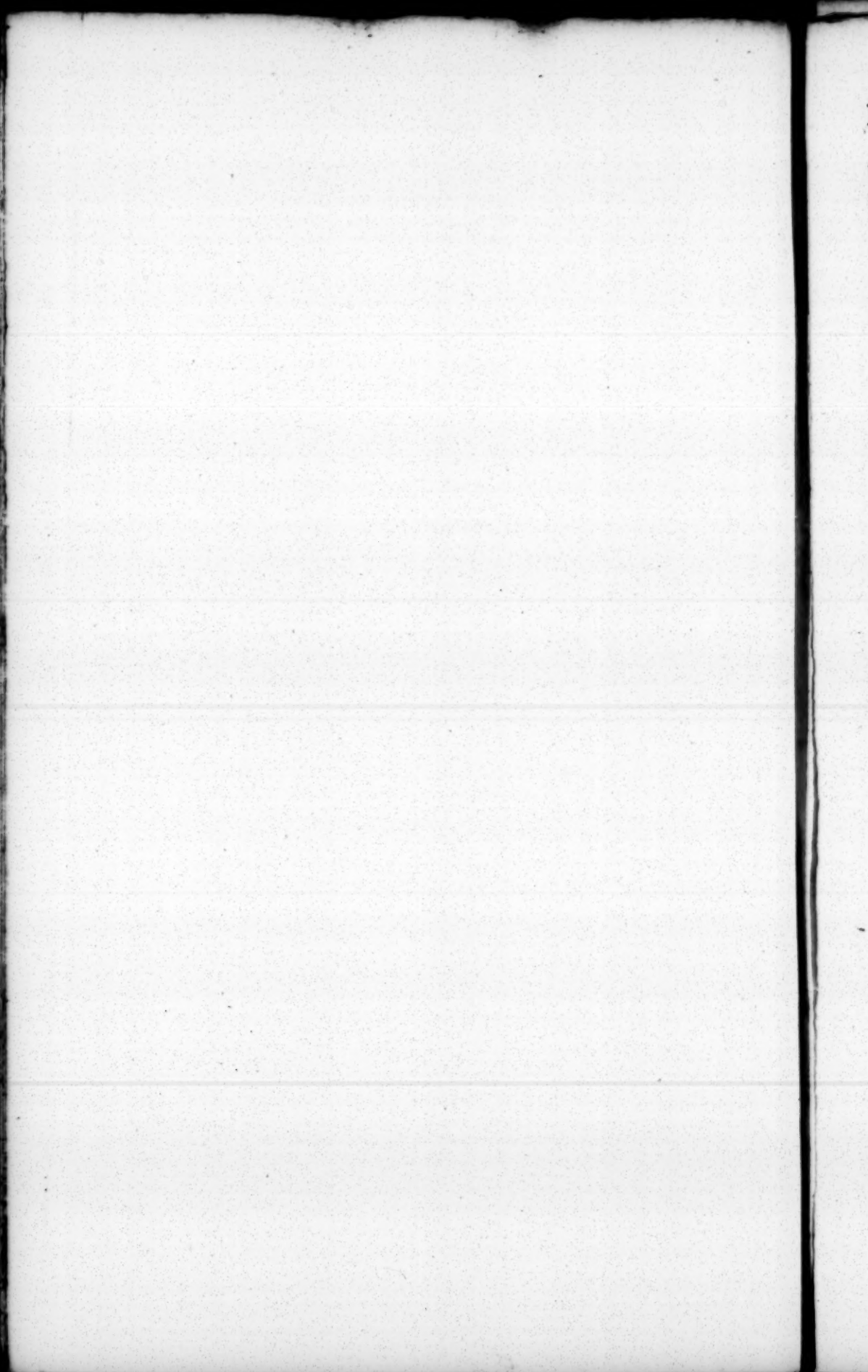


Fig. 15.





utrisque, et erit summa quadratorum ex DG, GH, æqualis rectangulo ACB, simul cum quadrato ex AH, simul cum quadrato ex CD; est autem summa quadratorum ex DG, GH, æqualis quadrato ex DH; rectus enim est angulus DGH, quoniam contingit GD circulum in G; et est rectangulum ACB, simul cum quadrato ex AH, æquale quadrato ex CH; quare erit quadratum ex DH equale summæ quadratorum ex CH, CD; rectus igitur est angulus DCH. $\mathcal{Q}.\mathcal{Q}.\mathcal{V}.$

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam rectus est angulus DCH, erit quadratum ex DH æquale summæ quadratorum ex DC, CH; est autem quadratum ex DH æquale summæ quadratorum ex DG, GH; quare erit summa quadratorum ex DG, GH, æqualis summæ quadratorum ex CH, CD; et, ablato quadrato ex GH, vel AH, ex utrisque, erit quadratum ex DG, hoc est, rectangulum EDF, æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CD. $\mathcal{Q}.\mathcal{E}.\mathcal{D}.$

PROP.

PROP. XV. Fig. 22.

In AB diametro circuli sumatur punctum C extra circumulum, et sit CD ipsi normalis, sitque quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, et in CD sumatur punctum E, ut sit CE æqualis ipsi CD, sit quævis recta circulo occurrens in F, G, et rectæ CD in H; erit duplum rectanguli FHG æquale summæ quadratorum ex HD, HE.

Factum jam sit. Quoniam est duplum rectanguli FHG æquale summæ quadratorum ex HD, HE, et est summa quadratorum ex HD, HE, æqualis duplo summæ quadratorum ex CD, CH, erit rectangulum FHG æquale summæ quadratorum ex CD, CH; est autem [14. h.] rectangulum FHG æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CH; quare erit summa quadratorum ex CD, CH, æqualis rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CH; est igitur quadratum ex CD æquale rectangulo ACB.

Q. Q. V.

Componetur.

Componetur autem sic. Quoniam est rectangulum ACB æquale quadrato ex CD, erit rectangulum ACB, simul cum quadrato ex CH, æquale summæ quadratorum ex CD, CH; est autem rectangulum FHG æquale [14. h.] rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CH; quare erit rectangulum FHG æquale summæ quadratorum ex CD, CH; erit igitur duplum rectanguli FHG æquale duplo summæ quadratorum ex CD, CH; et quoniam est duplum summæ quadratorum ex CD, CH, æquale summæ quadratorum ex HD, HE, erit duplum rectanguli FHG æquale summæ quadratorum ex HD, HE. Q. E. D.

P R O P. XVI. Fig. 23. 24.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, et sit punctum C extra circulum, sitque quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, et sit CG normalis rectæ AC; per punctum D ducatur quævis recta circulo occurrens in E, F, et rectæ CG in G, erit quadratum ex GD æquale rectangulo EGF.

Factum

Factum jam sit. Quoniam est quadratum ex GD æquale rectangulo EGF, et est quadratum ex GD æquale quadratis ex CD, CG simul, et rectangulum EGF æquale [14. h.] rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CG, erit quadratum ex DC, simul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CG; quare erit quadratum ex CD æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Quoniam est quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, erit quadratum ex CD, simul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CG; est autem quadratum ex DC, simul cum quadrato ex CG, æquale quadrato ex DG, et est [14. h.] rectangulum ACB, simul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo EGF; est igitur quadratum ex DG æquale rectangulo EGF. *Q. E. D.*

P R O P. XVII.

Fig. 23. 24.

*Sit recta CG normalis AB diametro circuli, et
ipfi*

ipsi occurrat in puncta C extra circulum, et sit quævis recta circulo occurrens in E, F, et rectis AB, CG in D, G, sitque quadratum ex GD æquale rectangulo EGF; erit quadratum ex CD æquale rectangulo ACB.

Factum jam sit. Quoniam est quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, erit quadratum ex CD, simul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CG; est autem quadratum ex GD æquale quadrato ex CD, simul cum quadrato ex CG; et est [14. h.] rectangulum EGF æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CG; quare erit quadratum ex GD æquale rectangulo EGF.

ℚ. ℚ. V.

Componetur autem sic. Quoniam est quadratum ex GD æquale rectangulo EGF, et est quadratum ex GD æquale quadrato ex CD, simul cum quadrato ex CG, et etiam rectangulum EGF æquale [14. h.] rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CG, erit quadratum ex CD, simul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, simul cum

D

quadrato

quadrato ex CG; est igitur quadratum ex CD æquale rectangulo ACB. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XVIII. Fig. 25. 26.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, et sit punctum C extra circumulum, sitque quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, et per punctum D ducatur quævis recta circulo occurrens in E, F, et sint EG, FH normales diametro AB, ipsi occurrentes in G, H; erit rectangulum GCH æquale quadrato ex CD.

Factum jam fit. Ducatur CK normalis rectæ CD, occurrens rectæ EF in K; et ducatur EL, FM, parallelæ rectæ CD, occurrentes rectæ CK in L, M punctis.

Quoniam est rectangulum GCH æquale quadrato ex CD, erit CH ad CD ut CD ad CG, hoc est, erit FM ad CD ut CD ad EL; est autem FM ad CD ut KF ad KD, et est CD ad EL ut KD ad KE; quare erit KF ad KD ut KD ad KE; est igitur quadratum ex KD æquale rectangulo EKF; quare

quare erit [17. h.] quadratum ex CD æquale rectangulo ACB. $\mathcal{Q} \mathcal{Q} V$.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, erit [16. h.] quadratum ex KD æquale rectangulo EKF; quare erit KF ad KD ut KD ad KE; est autem FM ad CD ut KF ad KD, et est CD ad EL ut KD ad KE; quare erit FM ad CD ut CD ad EL, hoc est, erit CH ad CD ut CD ad CG; est igitur rectangulum GCH æquale quadrato ex CD. $\mathcal{Q} E D$.

P R O P. XIX. Fig. 27.

In AB diametro circuli producta sumatur punctum C, et ducatur CD, circumulum contingens in D, et sit DE normalis diametro AB, ipsi occurrens in E; erit AC ad CB ut AE ad EB.

Factum jam sit. Et sit F centrum circuli; jungantur F, D. Quoniam est AC ad CB ut AE ad EB, et est AB bisecta in F, erit [1. h.] rectangulum CEF æquale re-

ctangulo AEB; et addito quadrato ex EF utrisque, erit rectangulum CFE æquale quadrato ex AF, hoc est, quadrato ex DF; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; æquiangulara igitur sunt triangu-
 CDF, DFE; et erit angulus CDF æqualis angulo DEF; rectus autem est angulus DEF; rectus igitur est angulus CDF; quare contingit CD
 circulum in D. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam contingit CD circulum in D, rectus erit angulus CDF; rectus autem est angulus DEF; æquiangulara igitur sunt triangu-
 CDF, DFE; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; est igitur rectangulum CFE æquale quadrato ex FD, hoc est, quadrato ex AF; et, dempto quadrato ex EF ex utrisque, erit rectangulum CEF æquale rectangulo AEB; et est AB bisecta in F; quare erit *[[2. h.]* AC ad CB ut AE ad EB. *Q. E. D.*

P R O P. XX. *Fig. 27.*

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
 C, E,*

TAB. III. pag. 28.

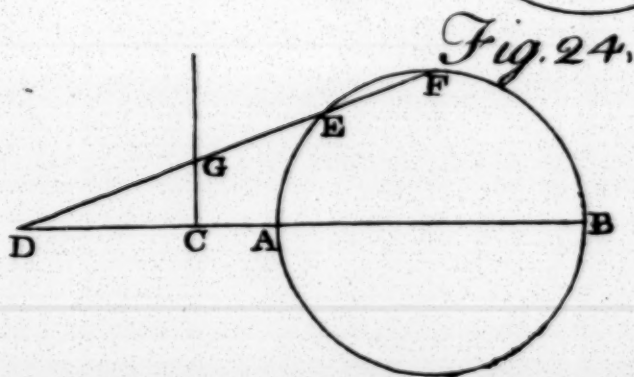
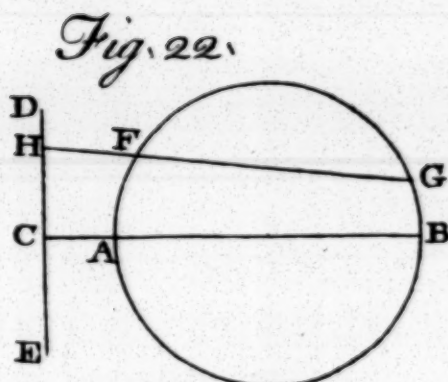
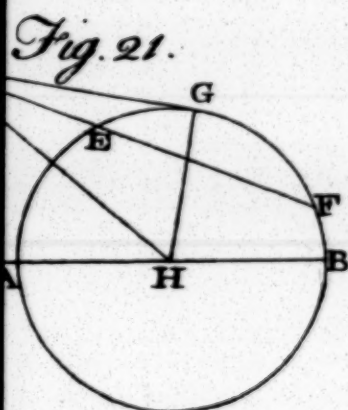
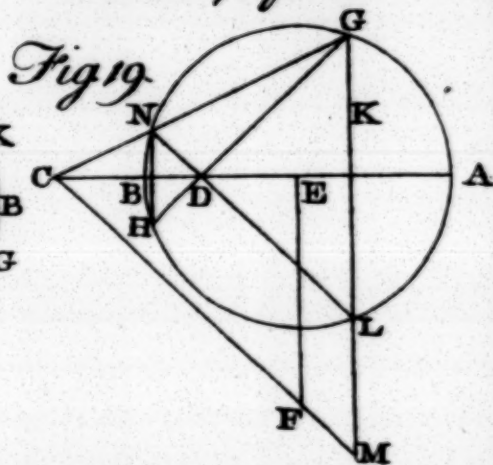
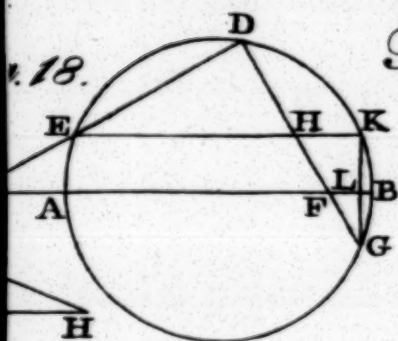


Fig. 17.

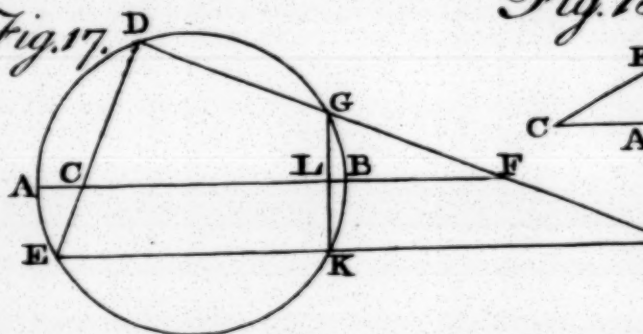


Fig. 18.

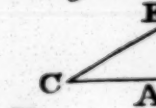


Fig. 20.

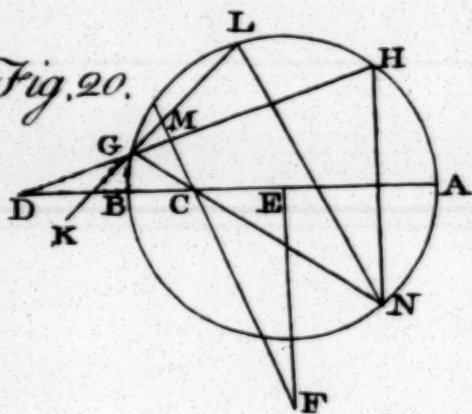
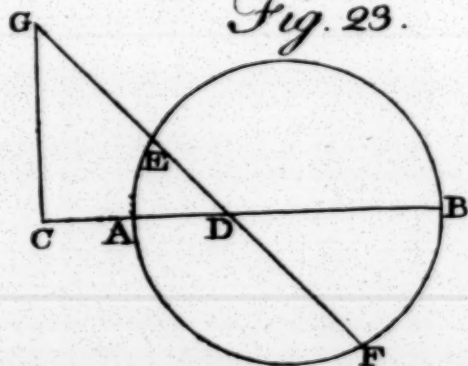
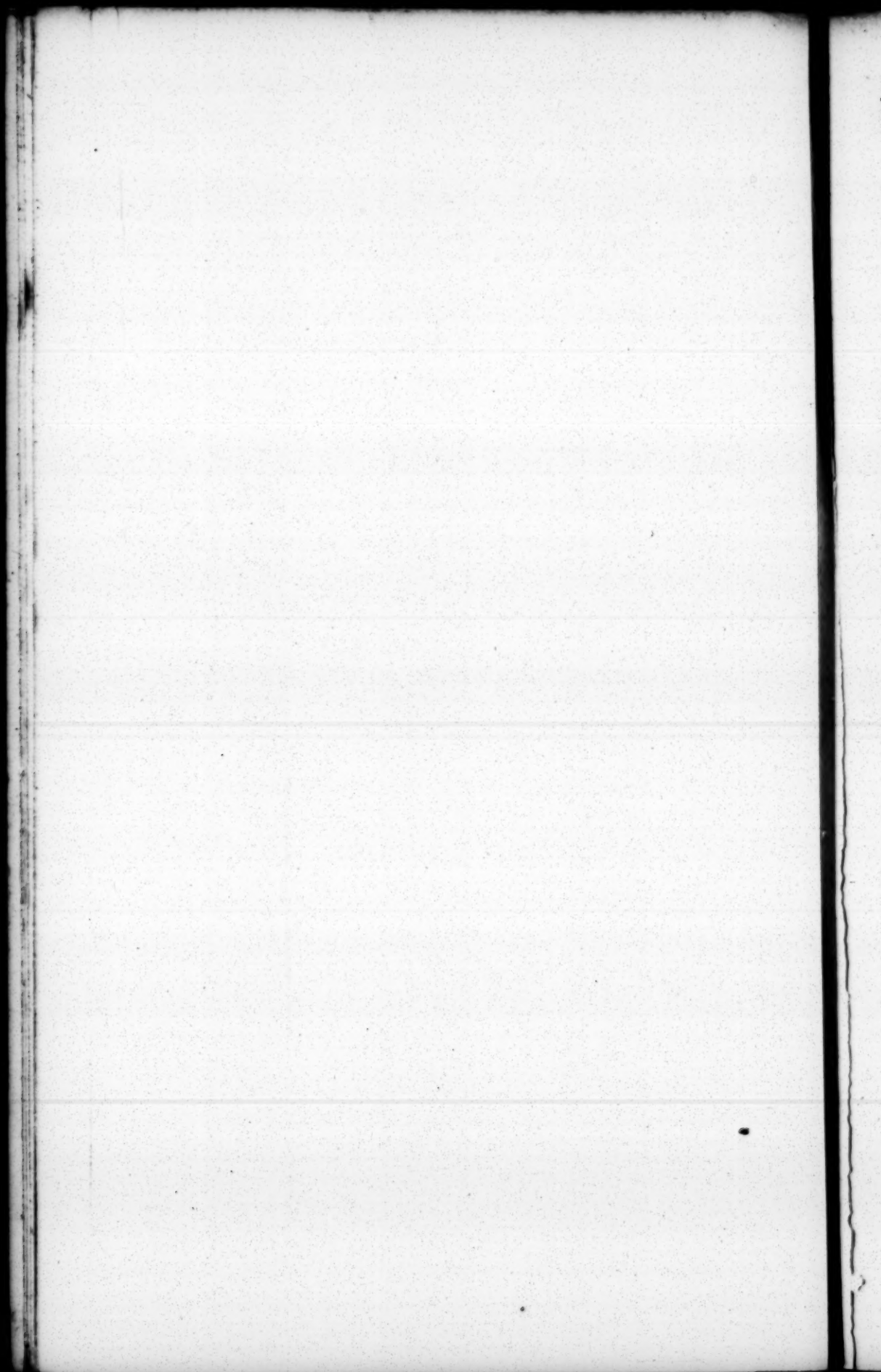


Fig. 23.





C, E, fitque ut AC ad CB ita AE ad EB, et fit ED normalis diametro AB, circulo occurrens in D; continget juncta CD circum in D.

Factum jam fit. Et fit F centrum circuli; jungantur FD. Quoniam contingit CD circum in D, rectus erit angulus CDF; rectus autem est angulus DEF; æquiangula igitur sunt triangu-
la CDF, DEF; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; æquale igitur est rectangulum CFE quadrato ex FD, hoc est, quadrato ex AF; et, dempto quadrato ex EF ex utrisque, erit rectangulum CEF æquale rectangulo AEB; est autem AB bisecta in F; quare erit [2. h.] AC ad CB ut AE ad EB. Q. Q. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AE ad EB, et est AB bisecta in F, erit [1. h.] rectangulum CEF æquale rectangulo AEB; et, addito quadrato ex EF utrisque, erit rectangulum CFE æquale quadrato ex AF, hoc est, quadrato ex DF; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; æquiangula igitur sunt triangu-
la CDF, DFE; et erit angulus
CDF

CDF æqualis angulo DEF ; rectus autem est angulus DEF ; rectus igitur est angulus CDF ; quare contingit CD circulum in D. *Q. E. D.*

P R O P. XXI. Fig. 27.

In AB diametro circuli producta sumatur punctum C, et ducatur CD, circulum contingens in D, et in AB sumatur punctum E, sitque ut AC ad CB ita AE ad EB; erit juncta DE normalis diametro AB.

Factum jam fit. Et fit F centrum circuli ; et jungantur FD.

Quoniam est DE normalis diametro AB, rectus erit angulus DEC ; rectus autem est angulus CDF, quoniam contingit CD circulum in D ; æquiangula igitur sunt triangula DCE, DCF ; quare erit FC ad CD ut CD ad CE ; æquale igitur est rectangulum FCE quadrato ex CD, hoc est, rectangulo ACB ; est igitur [2. h.] AC ad CB ut AE ad EB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis,

etis. Quoniam est AC ad CB ut AE ad EB, erit [1. h.] rectangulum FCE æquale rectangulo ACB, hoc est, quadrato ex CD; quare erit FC ad CD ut CD ad CE; æqui-angula igitur sunt triacula DCE, DCF; et erit angulus DEC æqualis angulo CDF; rectus autem est angulus CDF, quoniam contingit CD circulum in D; quare rectus erit angulus DEC; normalis igitur est DE diametro AB. *Q. E. D.*

P R O P. XXII. *Fig. 28.*

Sit recta AB circulo occurrens in A, B, et sit C punctum in circumferentia circuli, jungantur C, B, et ducatur CD ad punctum quodvis D in circulo, rectæ AB occurrens in E, et ducatur DF parallela rectæ BC, rectæ AB occurrens in F; erit rectangulum AEF æquale quadrato ex DE.

Factum jam fit. Jungantur DA, DB. Quoniam est rectangulum AEF æquale quadrato ex DE, erit AE ad ED ut ED ad EF; æquiangula igitur sunt triacula FED, AED;

AED; et erit angulus EDF æqualis angulo EAD, hoc est, angulo ECB; est igitur recta DF parallela rectæ CB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est recta DF parallela rectæ BC, erit angulus EDF æqualis angulo ECB, hoc est, angulo EAD; æquiangula igitur sunt triangu-
la FED, AED, [ob communem angulum FED]; quare erit AE ad ED ut ED ad EF; est igitur rectangulum AEF æquale quadrato ex DE. *Q. E. D.*

P R O P. XXIII. *Fig. 29.*

Sit triangulum ABC circulo inscriptum, et sit CA æqualis ipsi CB, sitque rectangulum CBD æquale quadrato ex AB, et ducatur AE ad punctum quodvis E in circulo, rectæ CB occurrens in F, ducatur EG parallela rectæ AB, rectæ CB occurrens in G; erit rectangulum CFG ad quadratum ex BF ut CG ad BD.

Factum jam sit. Jungantur EB, EC. Quoniam est rectangulum CFG ad quadratum
tum

tum ex BF ut CG ad BD, hoc est, ut rectangulum BCG ad rectangulum CBD, et est [22. h.] rectangulum CFG æquale quadrato ex EF, et rectangulum CBD æquale quadrato ex AB, erit quadratum ex EF ad quadratum ex FB ut rectangulum BCG ad quadratum ex AB; et, alternando, erit quadratum ex EF ad rectangulum BCG ut quadratum ex FB ad quadratum ex BA, hoc est, ut quadratum ex FE ad quadratum ex EC; quare erit rectangulum BCG æquale quadrato ex EC; est igitur BC ad CE ut CE ad CG; æquiangula igitur sunt triangu-
la BCE, CGE, [ob communem angulum BCE], et erit angulus CEB æqualis angulo CGE; quare erit angulus CAB æqualis angulo EGB, hoc est, angulo ABC; æqualis igitur est CA ipsi CB. Quod quidem ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est CA æqualis ipsi CB, erit angulus CAB æqualis angulo ABC, hoc est, angulo BGE; quare erit angulus CEB æqualis angulo CGE; erit igitur BC ad CE ut CE ad CG; quare erit rectangulum BCG æquale quadrato ex CE; est igitur

E

tur

tur quadratum ex EF ad rectangulum BCG ut quadratum ex EF ad quadratum ex EC, hoc est, ut quadratum ex FB ad quadratum ex BA; est autem [22. h.] quadratum ex EF æquale rectangulo CFG, et est quadratum ex BA æquale rectangulo CBD; quare erit rectangulum CFG ad rectangulum BCG ut quadratum ex FB ad rectangulum CBD; et, alternando, erit rectangulum CFG ad quadratum ex FB ut rectangulum BCG ad rectangulum CBD, hoc est, ut CG ad BD. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XXIV. Fig. 30. 31.

Sit triangulum ABC circulo inscriptum, et sit AB æqualis ipsi AC, a puncta A ducatur quævis recta, circulo occurrens in D, et recta BC in E; erit rectangulum DAE aequale quadrato ex AB.

Factum jam sit. Jungantur B, D. Quoniam est rectangulum DAE æquale quadrato ex AB, erit DA ad AB ut AB ad AE; æquiangula igitur sunt triangula ABE, ABD;

ABD; quare erit angulus ABC æqualis angulo EDB, hoc est, angulo ACB; æqualis igitur est AB ipsi AC. $\mathcal{Q}.$ $\mathcal{Q}.$ $V.$

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AB æqualis ipsi AC, erit angulus ABC æqualis angulo ACB, hoc est, angulo EDB; æquiangularia igitur sunt triangula BAD, BAE; quare erit DA ad AB ut AB ad AE; est igitur rectangulum DAE æquale quadrato ex AB. $\mathcal{Q}.$ $E.$ $D.$

P R O P. XXV. *Fig. 32. 33.*

Sit triangulum ADC circulo inscriptum, et sit AD æqualis ipsi AC, sint BA, BC, circulum contingentes in A, C, a punctis A, B, inflectantur AE, BE, ad punctum quodvis E in circulo, rectæ CD occurrentes in F, G; erit rectangulum DCG æquale quadrato ex CF.

Factum jam sit. Quoniam est rectangulum DCG æquale quadrato ex CF, erit DC ad CF ut CF ad CG; quare erit CD ad DF ut CF ad FG; est igitur rectangulum ex

E 2

DC,

DC, FG æquale rectangulo DFC, hoc est, rectangulo AFE; quare erit AF ad CD ut GF ad FE. Quoniam est AD æqualis ipsi AC, et etiam BA æqualis ipsi BC, et est angulus BAC æqualis angulo ADC, hoc est, angulo ACD, parallelæ sunt AB, DC, et erit triangulum BAC triangulo ACD æquiangulum; quare erit DC ad CA ut CA ad AB; quoniam vero est AF ad CD ut GF ad FE, hoc est, ut AB ad AE, et est CD ad AC ut AC ad AB, erit AF ad AC ut AC ad AE; quare erit rectangulum EAF æquale quadrato ex AC. $\mathcal{Q}.\mathcal{Q}.\mathcal{V}.$

Componetur autem sic. Quoniam est rectangulum EAF æquale quadrato ex AC, erit AF ad AC ut AC ad AB. Quoniam est AD æqualis ipsi AC, et etiam BA æqualis ipsi BC, et est angulus BAC æqualis angulo ADC, hoc est, angulo ACD, parallelæ sunt AB, DC, et erit triangulum ACD, triangulo ABC æquiangulum; quare erit AC ad CD ut BA ad AC. Quoniam vero est AF ad AC ut AC ad AE, et est AC ad CD ut BA ad AC, erit AF ad CD ut BA ad AE, hoc est, ut GF ad FE; est igitur rectangulum ex DC, FG æquale rectangulo AFE,

AFE, hoc est, rectangulo DFC; quare erit CD ad DF ut CF ad FG; est igitur DC ad CF ut CF ad CG; æquale igitur est rectangulum DCG quadrato ex CF. *Q. E. D.*

P R O P. XXVI. *Fig. 34. 35.*

Sit ABC triangulum circulo inscriptum, et sit AB æqualis ipsi AC, ducatur AD parallela rectæ BC, et sumatur quodvis punctum D in AD, sitque rectangulum ex AD et recta P æquale quadrato ex AC vel AB, a punctis A, D, inflectantur AE, DE ad punctum quodvis E in circulo, rectæ BC occurrentes in F, G; erit rectangulum ex FG et recta P æquale rectangulo BFC.

Factum jam sit. Quoniam est rectangulum ex FG et recta P æquale rectangulo BFC, et est rectangulum BFC æquale rectangulo AFE, erit rectangulum ex FG et recta P æquale rectangulo AFE; quare erit AF ad rectam P ut GF ad FE, hoc est, ut DA ad AE; quare erit rectangulum EAF æquale rectangulo ex AD et recta P; est
autem

autem rectangulum EAF æquale [22. h.] quadrato ex AB vel AC; quare erit rectangulum ex AD et recta P æquale quadrato ex AB vel AC. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Quoniam est rectangulum ex AD et recta P æquale quadrato ex AB vel AC, et est [22. h.] rectangulum EAF æquale quadrato ex AB vel AC, erit rectangulum EAF æquale rectangulo ex AD et recta P; quare erit AF ad rectam P ut AD ad AE, et est AD ad AE ut GF ad FE; quare erit AF ad rectam P ut GF ad FE; est igitur rectangulum ex FG et recta P æquale rectangulo AFE, hoc est, rectangulo BFC. *Q. E. D.*

P R O P. XXVII. *Fig. 36. 37.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum D intra circulum, et ducatur DE normalis rectæ AB, circulo occurrens in E, F, et per punctum C ducatur quævis recta, circulo occurrens in G, H, et recta DF. in K, et contingat GL circum-
lum

*lum in G, occurratque DE in L, erit
rectangulum LDK æquale quadrato ex DE.*

Factum jam fit. Jungantur D, H, occurratque circulo in M; et jungantur G, M.

Quoniam est rectangulum LDK æquale quadrato ex DE, dempto quadrato ex DK ex utrisque, erit rectangulum LKD æquale rectangulo EKF, hoc est, rectangulo GKH; in circulo igitur sunt puncta L, G, D, H; æqualis igitur est angulus HDK angulo KGL, hoc est, angulo GMH; quare erit GM parallela rectæ ED; normalis igitur est GM diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] GM normalis diametro AB; quare erit GM parallela rectæ ED; æqualis igitur est angulus HDK angulo GMH, hoc est, angulo KGL; in circulo igitur sunt puncta L, G, D, H; quare erit rectangulum LKD æquale rectangulo GKH, hoc est, rectangulo EKF, et, addito quadrato ex KD utrisque, erit rectangulum LDK æquale quadrato ex DE. *Q. E. D.*

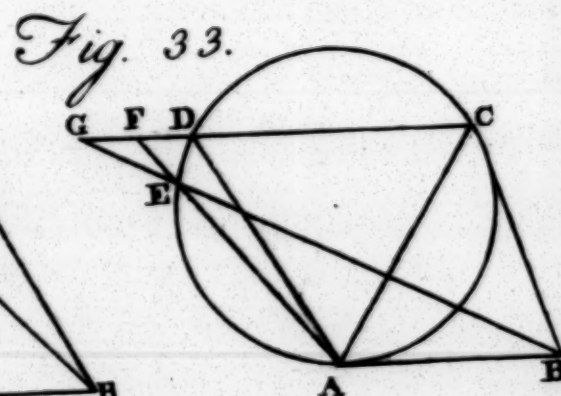
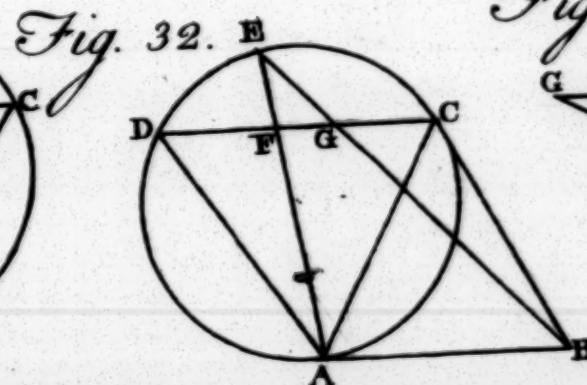
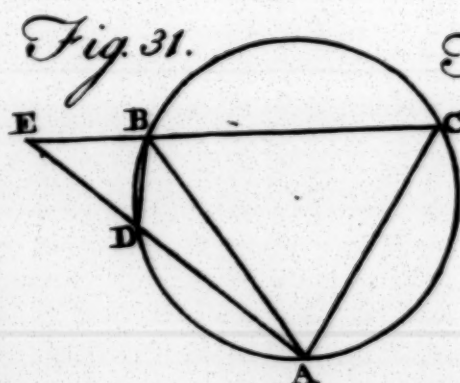
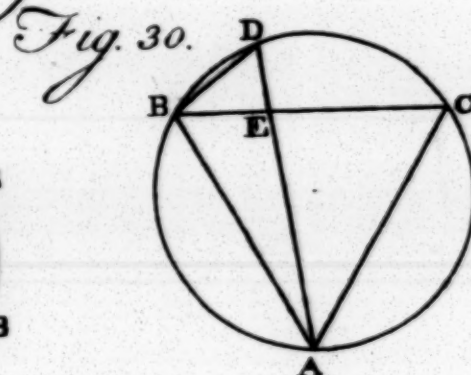
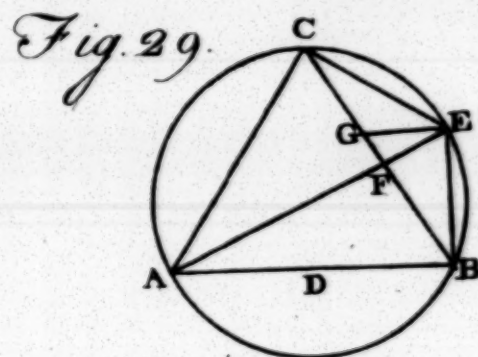
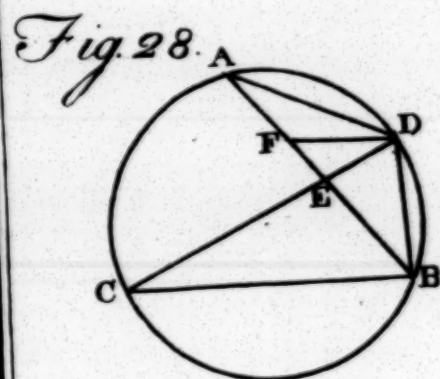
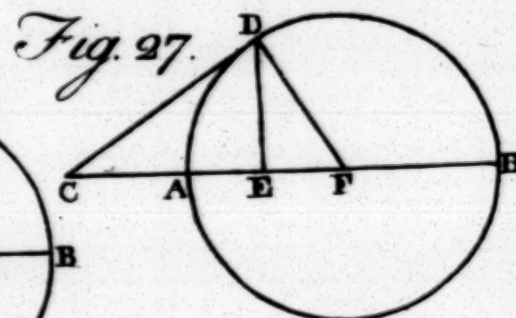
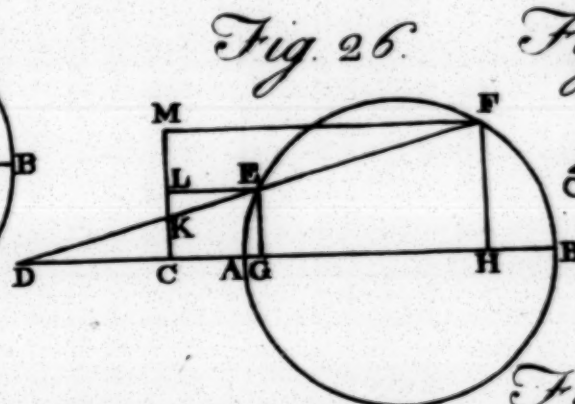
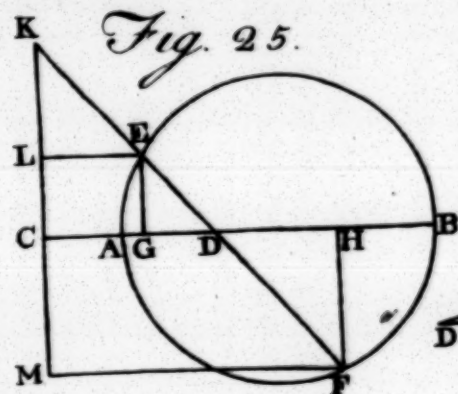
P R O P.

P R O P. XXVIII. Fig. 38. 39.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum D extra circulum, et ducatur DE normalis rectæ AB, et per punctum C ducatur quævis recta, circulo occurrens in G, H, et rectæ DE in K, et contingat GL circulum in G, occurratque DE in L; erit rectangulum LDK æquale rectangulo ADB.

Factum jam fit. Jungantur D, H, occurratque circulo in M; et jungantur G, M.

Quoniam est rectangulum LDK æquale rectangulo ADB, erit rectangulum LDK, simul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo ADB, simul cum quadrato ex KD; est autem rectangulum LDK, simul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo LKD; et est rectangulum ADB, simul cum quadrato ex KD, æquale [14. h.] rectangulo GKH; quare erit rectangulum LKD æquale rectangulo GKH; in circulo igitur sunt puncta



puncta L, G, D, H; æqualis igitur est angulus HDK angulo KGL, hoc est, angulo GMH; quare erit GM parallela rectæ ED; normalis igitur est GM diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB.
 Q. Q. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] GM normalis diametro AB; quare erit GM parallela rectæ ED; æqualis igitur est angulus HDK angulo GMH, hoc est, angulo KGL; in circulo igitur sunt puncta L, G, D, H; quare erit rectangulum LKD æquale rectangulo GKH; est autem rectangulum LKD æquale rectangulo LDK, simul cum quadrato ex KD, et est rectangulum GKH æquale [14. h.] rectangulo ADB, simul cum quadrato ex KD; quare erit rectangulum LDK, simul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo ADB, simul cum quadrato ex KD; est igitur rectangulum LDK æquale rectangulo ADB.
 Q. E. D.

P R O P. XXIX. Fig. 40. 41.

Sit AB diameter circuli, et CD ipsi normalis, ipsi occurrens in C, et a punctis A, B inflectantur AE, BE ad punctum quodvis E in circulo, rectæ CD occurrentes in F, G; erit rectangulum GCF æquale rectangulo ACB.

Factum jam sit. Quoniam est rectangulum GCF æquale rectangulo ACB, erit GC ad CB ut AC ad CF; et sunt anguli GCB, ACF recti; quare erit angulus CGB æqualis angulo CAF; in circulo igitur sunt puncta E, G, C, A; æqualis igitur est angulus FEG angulo ACF; rectus autem est angulus ACF; rectus igitur est angulus FEG; quare erit AB diameter circuli. *Q. Q. V.*

Componetur autem ita. Quoniam est AB diameter circuli, rectus erit angulus FEG; rectus autem est angulus ACF; in circulo igitur sunt puncta E, G, C, A; quare erit angulus CGB æqualis angulo CAF; et sunt anguli GCB, ACF recti;

cti; æquiangula igitur sunt triangula GCB, ACF, et erit GC ad CB ut AC ad CF; est igitur rectangulum GCF æquale rectangulo ACB. *Q. E. D.*

P R O P. XXX. Fig. 42. 43.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sique ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum D intra circulum, et ducatur DE normalis recte AB, circulo occurrens in E, F, et per punctum C ducatur quavis recta circulo occurrens in G, H, et a punctis G, H, inflectantur GK, HK, ad punctum quodvis K in circulo, occurrentes recte DE in L, M; erit rectangulum LDM æquale quadrato ex DE.

Factum jam sit. Jungantur D, H; occurratque circulo in N; et jungantur G, N.

Quoniam est rectangulum LDM æquale quadrato ex DE, et est rectangulum LDM æquale rectangulo LMD, simul cum quadrato ex MD, et quadratum ex DE æquale rectangulo EMF, simul cum quadrato

ex MD, erit rectangulum LMD, simul cum quadrato ex DM, æquale rectangulo EMF, simul cum quadrato MD; quare erit rectangulum LMD æquale rectangulo EMF, hoc est, rectangulo KMH; in circulo igitur sunt puncta L, K, D, H; æqualis igitur est angulus HDM angulo LKM, hoc est, angulo GNH; quare erit GN parallela rectæ ED; normalis igitur est GN diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB.
 2. 2. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] GN normalis diametro AB; quare erit GN parallela rectæ ED; æqualis igitur est angulus HDM angulo GNH, hoc est, angulo LKM; in circulo igitur sunt puncta L, K, D, H; æquale igitur est rectangulum LMD rectangulo KMH, hoc est, rectangulo EMF; quare erit rectangulum LMD, simul cum quadrato ex DM, æquale rectangulo EMF, simul cum quadrato ex DM; est autem rectangulum LMD, simul cum quadrato ex DM, æquale rectangulo LDM, et est rectangulum EMF, simul cum quadrato ex DM, æquale quadrato ex DE; est igitur rectangulum
 gulum

gulum LDM æquale quadrato ex DE.
 \square E. D.

P R O P. XXXI. Fig. 44. 45.

Sit AB diameter circuli, et sit CD ipsi normalis, circulo occurrens in C, D, et sit E centrum circuli, a punctis C, D, inflectantur CF, DF, ad punctum quodvis F in circulo, diametro AB occurrens in G, H; erit rectangulum GEH æquale quadrato ex AE.

Factum jam sit. Jungantur D, E, circulo occurrens in K, et jungantur C, K.

Quoniam est rectangulum GEH æquale quadrato ex AE, et est rectangulum GEH æquale rectangulo GHE, simul cum quadrato ex HE, et quadratum ex AE æquale rectangulo AHB, simul cum quadrato ex HE, erit rectangulum GHE, simul cum quadrato ex HE, æquale rectangulo AHB, simul cum quadrato ex HE; quare erit rectangulum GHE æquale rectangulo AHB, hoc est, rectangulo DHF; in circulo igitur sunt puncta D, E, F, G; quare erit angulus DEH æqualis angulo DFG,

DFG, hoc est, angulo DKC; parallelæ igitur sunt CK, EH; normalis autem est DC rectæ CK; normalis igitur est CD rectæ AB. Quod quidem ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est CD normalis diametro AB, et etiam CD normalis rectæ CK, parallelæ sunt CK, EH; quare erit angulus DEH æqualis angulo DKC, hoc est, angulo DFG; in circulo igitur sunt puncta D, E, F, G; quare erit rectangulum GHE æquale rectangulo DHF, hoc est, rectangulo AHB; erit rectangulum GHE, simul cum quadrato ex HE, æquale rectangulo AHB, simul cum quadrato ex HE; est autem rectangulum GHE, simul cum quadrato ex HE, æquale rectangulo GEH, et est rectangulum AHB, simul cum quadrato ex HE, æquale quadrato ex AE; est igitur rectangulum GEH æquale quadrato ex AE. *Q. E. D.*

P R O P. XXXII. Fig. 46. 47.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum D extra circulum, et ducatur DE

DE normalis rectæ BD, per punctum C ducatur quavis recta circulo occurrens in F, G, et a punctis F, G, inflectantur FH, GH, ad punctum quodvis H in circulo, rectæ DE occurrentes in K, L; erit rectangulum KDL æquale rectangulo ADB.

1. Quando juncta DF circulum contingit in puncto F.

Factum jam sit. Quoniam est rectangulum KDL æquale rectangulo ADB, erit rectangulum DKL æquale rectangulo ADB, simul cum quadrato ex DK, hoc est [14. h.], rectangulo FKH; quare erit DK ad KF ut KH ad KL; æquiangularia igitur sunt triangleria DKF, HKL; et erit angulus KDF æqualis angulo KHL, hoc est, angulo DFG; parallelæ igitur sunt rectæ FG, DE; normalis autem est DE rectæ BD; normalis igitur est FG diametro AB; et quoniam DF circulum contingit in F, erit [19. h.] AC ad CB ut AD ad DB. 2. 2. V.

Componetur autem sic. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, et contingit DF circulum in F, erit [21. h.] FG normalis diametro AB; parallelæ igitur sunt FG, DE;

DE; quare erit angulus KDF æqualis angulo DFG, hoc est, angulo KHL; æquiangula igitur sunt triangula DKF, HKL; quare erit DK ad KF ut KH ad KL; æquale igitur est rectangulum DKL rectangulo FKH, hoc est [14. h.], rectangulo ADB, simul cum quadrato ex DK; est igitur rectangulum KDL æquale rectangulo ADB. *Q. E. D.*

2. Quando juncta DF circulo occurrat.

Factum jam sit. Occurrat DF circulo in M; et jungantur G, M.

Quoniam est rectangulum KDL æquale rectangulo ADB, erit rectangulum KDL, simul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo ADB, simul cum quadrato ex KD; est autem rectangulum KDL, simul cum quadrato ex DK, æquale rectangulo DKL, et est rectangulum ADB, simul cum quadrato ex DK, æquale [14. h.] rectangulo FKH; quare erit rectangulum DKL æquale rectangulo FKH; in circulo igitur sunt puncta D, L, H, F; quare erit angulus KDF æqualis angulo KHL, hoc est, angulo DMG; parallelæ igitur sunt rectæ DE, GM; normalis autem est DE diametro

Fig. 34.

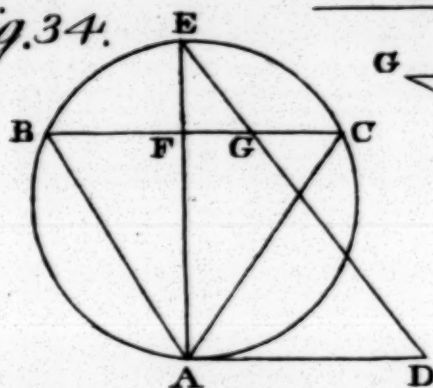


Fig. 35.

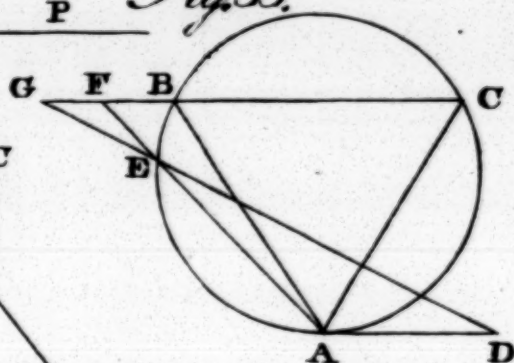


Fig. 36.

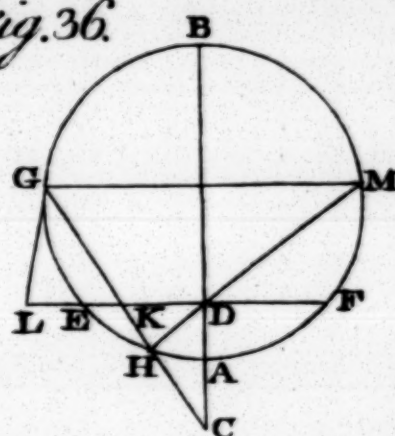


Fig. 37.

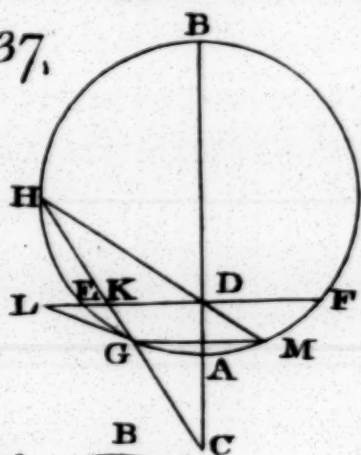


Fig. 38.

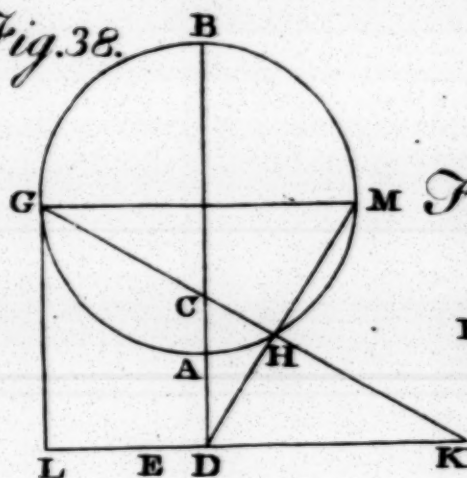


Fig. 39.

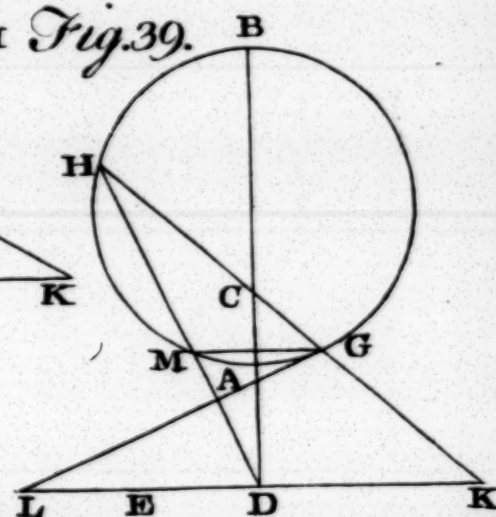


Fig. 40.

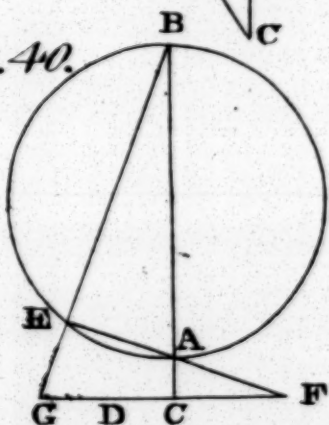
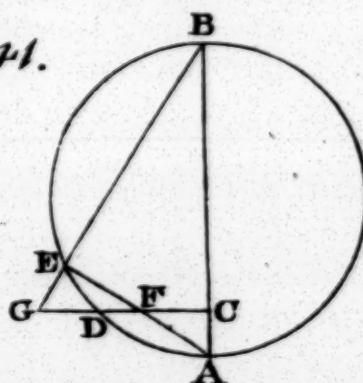


Fig. 41.



tro AB; normalis igitur est GM diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] GM normalis diametro AB; est autem DE normalis diametro AB; parallelæ igitur sunt rectæ GM, DE; quare erit angulus KDF æqualis angulo DMG, hoc est, angulo KHL; in circulo igitur sunt puncta, D, L, H, F; quare erit rectangulum DKL æquale rectangulo FKH; est autem rectangulum DKL æquale rectangulo KDL, simul cum quadrato ex DK; et est rectangulum FKH æquale [14. h.] rectangulo ADB, simul cum quadrato ex DK; quare erit rectangulum KDL, simul cum quadrato ex DK, æquale rectangulo ADB, simul cum quadrato ex DK; est igitur rectangulum KDL æquale rectangulo ADB. *Q. E. D.*

P R O P. XXXIII. *Fig. 48. 49.*

In AB diametro circuli sumatur punctum C,
G
et

et sit CD normalis diametro AB , circulo occurrens in D , N , in CD sumantur duo puncta E , F , ad easdem partes puncti C ad quas est punctum D , sitque rectangulum ECF æquale quadrato ex CD , et a punctis E , F , inflectantur EG , FG , ad punctum quodvis G in circulo, occurrentes circulo in H , K punctis, occurratque juncta HK diametro AB in L ; erit AL ad LB ut AC ad CB .

Factum jam sit. Occurratque juncta CK circulo in M ; et jungantur H , M .

Quoniam est AL ad LB ut AC ad CB , erit [10. h.] HM normalis diametro AB ; parallelæ igitur sunt rectæ DC , HM ; quare erit angulus FCK æqualis angulo KMH , hoc est, angulo EGF ; in circulo igitur sunt puncta E , G , C , K ; quare erit rectangulum EFC æquale rectangulo GFK , hoc est, rectangulo DFN , et, addito quadrato ex CF utrisque, erit rectangulum ECF æquale quadrato ex CD . $\mathcal{Q}.$ $\mathcal{Q}.$ $V.$

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum ECF æquale quadrato ex CD , dempto quadrato ex CF ex utrisque, erit rectangulum EFC æquale
rectangulo

rectangulo DFN, hoc est, rectangulo GFK; in circulo igitur sunt puncta E, G, C, K; quare erit angulus FCK equalis angulo EGF, hoc est, angulo KMH; parallelæ igitur sunt rectæ DC, HM; quare erit HM normalis diametro AB; erit igitur [9. h.] AL ad LB ut AC ad CB. Q. E. D.

P R O P. XXXIV. Fig. 50. 51.

In AB diametro circuli producta sumatur punctum C, et sit CD normalis rectæ AB, et in CD sumantur duo puncta E, F, ad diversas partes puncti C, sitque rectangulum ECF æquale rectangulo ACB, et a punctis E, F, inflectantur EG, FG, ad punctum quodvis G in circulo, occurrentes circulo in H, K, occurratque juncta HK diametro AB in L; erit AL ad LB ut AC ad CB.

1. Quando juncta CH circumulum contingit in puncto H.

Factum jam fit. Quoniam est AL ad LB ut AC ad CB, et contingit CH circumulum in H, erit [21. h.] HL normalis diametro

G 2

AB;

AB; parallelæ igitur sunt rectæ EF, HK; quare erit angulus ECH æqualis angulo CHK, hoc est, angulo HGK; in circulo igitur sunt puncta C, H, G, F; quare erit rectangulum CEF æquale rectangulo HEG, hoc est [14. h.], quadrato ex CE, simul cum rectangulo ACB; et, dempto quadrato ex CE utrisque, erit rectangulum ECF æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Quoniam est rectangulum ECF æquale rectangulo ACB, erit rectangulum CEF æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CE; est autem [14. h.] rectangulum HEG æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CE; est igitur rectangulum CEF æquale rectangulo HEG; quare in circulo sunt puncta C, H, G, F; erit igitur angulus ECH æqualis angulo HGK, hoc est, angulo CHK; parallelæ igitur sunt rectæ EF, HK; normalis autem est EF rectæ AB; normalis igitur est HK diametro AB; et quoniam CH circulum contingit in H, erit [19. h.] AL ad LB ut AC ad CB. *Q. E. D.*

2. Quando juncta CH circulo occurrat.

Factum

Factum jam fit. Occurrat CH circulo in M; et jungantur M, K.

Quoniam est AL ad LB ut AC ad CB, et a punctis C, L, inflectantur CH, LH, ad punctum H in circulo, ipsi occurrentes in M, K, erit [10. h.] juncta MK normalis diametro AB; parallelæ igitur sunt rectæ EF, MK; quare erit angulus ECH æqualis angulo CMK, hoc est, angulo HGK; in circulo igitur sunt puncta C, H, G, F; quare erit rectangulum CEF æquale rectangulo HEG, hoc est [14. h.], quadrato ex CE, simul cum rectangulo ACB; et, dempto quadrato ex CE utrisque, erit rectangulum ECF æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum ECF æquale rectangulo ACB, erit rectangulum CEF æquale quadrato ex CE, simul cum rectangulo ACB, hoc est [14. h.], rectangulo HEG; in circulo igitur sunt puncta C, H, G, F; quare erit angulus ECH equalis angulo HGK, hoc est, angulo CMK; parallelæ igitur sunt rectæ EF, MK; normalis autem est EF rectæ AB; normalis igitur est
MK

MK diametro AB; quare erit [9. h.] AL ad LB ut AC ad CB. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XXXV. Fig. 52. 53.

Sit A punctum extra circulum BCD, et ducatur AB, circulum contingens in B, et fit quævis recta AE æqualis rectæ AB, per punctum A ducatur recta ACD circulo occurrens in C, D, et jungantur EC, ED, circulo occurrentes in F, G; erit juncta FG parallela rectæ AE.

Factum jam fit. Quoniam est FG parallela rectæ AE, erit angulus AEC æqualis angulo EFG, hoc est, angulo ADE; quare, ob communem angulum DAE, æquiangulum erit triangulum DAE triangulo CAE; quare erit DA ad AE ut AE ad AC; est igitur quadratum ex AE æquale rectangulo CAD, hoc est, quadrato ex AB; æqualis igitur est recta AE rectæ AB. \mathcal{Q} . \mathcal{Q} . V.

Componetur autem sic. Quoniam est recta AE æqualis rectæ AB, erit quadratum ex AE æquale quadrato ex AB, hoc est, re-
ctangulo

et angulo CAD; quare erit DA ad AE ut AE ad AC; quare, ob communem angulum DAE, æquiangulum erit triangulum DAE triangulo CAE; æqualis igitur est angulus AEC angulo ADE, hoc est angulo EFG; est igitur recta FG parallela rectæ AE. *Q. E. D.*

P R O P. XXXVI. *Fig. 54. 55.*

Contingat recta AB circulum BCD in puncto B, et sumantur in AB duo puncta E, F, ad easdem partes puncti A, sitque rectangulum EAF æquale quadrato ex AB, per punctum A ducatur recta ACD, circulo occurrens in C, D, et jungantur EC, FD, circulo occurrentes in G, H; erit juncta GH parallela rectæ AB.

Factum jam sit. Quoniam est GH parallela rectæ AB, erit angulus AEC æqualis angulo EGH, hoc est, angulo ADH; quare, ob communem angulum DAE, erit triangulum DAF triangulo AEC æquiangulum; quare erit DA ad AF ut AE ad AC;
est

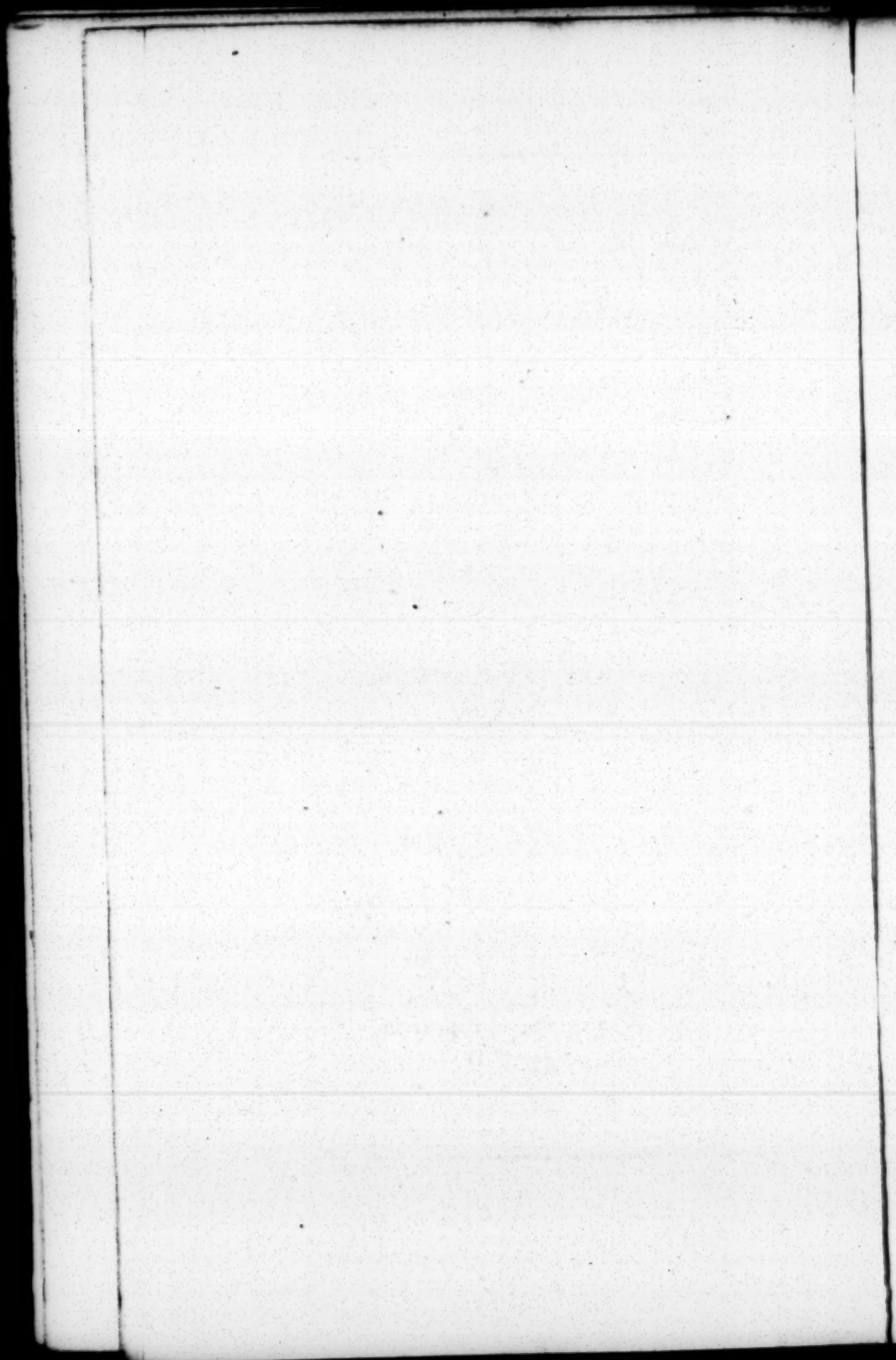
est igitur rectangulum EAF æquale rectangulo CAD, hoc est, quadrato ex AB. Q. Q. V.

Componetur autem sic. Quoniam est rectangulum EAF æquale quadrato ex AB, hoc est, rectangulo CAD, erit DA ad AF ut AE ad AC; quare, ob communem angulum DAE, erit triangulum DAF triangulo AEC æquiangulum; et erit angulus AEC æqualis angulo ADF, hoc est, angulo EGH; est igitur recta GH parallela rectæ AB. Q. E. D.

P R O P. XXXVII. *Fig. 56. 57.*

Contingat recta AB circulum BCD in puncto B, et sit quævis recta AE, et in AE sumantur duo puncta E, F, ad easdem partes puncti A, sitque rectangulum EAF æquale quadrato ex AB, et per punctum A ducatur recta circulo occurrens in C, D, et EC, FD jungantur, circulo occurrentes in G, H; erit juncta GH parallela rectæ AE.

Factum jam sit. Quoniam est GH parallela



rallela rectæ AE, erit angulus CGH æqualis angulo CEF; quare erit angulus AEC æqualis angulo ADF, et, ob communem angulum DAF, erit triangulum DAF triangulo CAE æquiangulum; quare erit DA ad AE ut AF ad AC; est igitur rectangulum EAF æquale rectangulo CAD, hoc est, quadrato ex AB. $\mathcal{Q}.$ $\mathcal{Q}.$ V.

Componetur autem sic. Quoniam est rectangulum EAF æquale quadrato ex AB, hoc est, rectangulo CAD, erit DA ad AE ut AF ad AC; quare, ob communem angulum DAF, erit triangulum DAF triangulo CAE æquiangulum; et erit angulus AEC æqualis angulo ADF, hoc est, angulo EGH; est igitur recta GH parallela rectæ AE. $\mathcal{Q}.$ E. D.

P R O P. XXXVIII. Fig. 58.

Sit punctum A intra circulum BCD, et ducatur AB, circulo occurrens in B, E, in AB sumantur duo puncta F, G, ad diversas partes puncti A, sitque rectangulum FAG æquale rectangulo BAE, per punctum A

H
ducatur

ducatur quævis recta circulo occurrens in C, D, et FC, GD jungantur, circulo occurrentes in H, K; erit juncta HK parallela rectæ AB.

Factum jam fit. Quoniam est HK parallela rectæ AB, erit angulus AFC æqualis angulo CHK, hoc est, angulo ADG; in circulo igitur sunt puncta C, F, D, G; quare erit rectangulum FAG æquale rectangulo CAD, hoc est, rectangulo BAE. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Quoniam est rectangulum FAG æquale rectangulo BAE, hoc est, rectangulo CAD, in circulo sunt puncta C, F, D, G; quare erit angulus AFC æqualis angulo ADG, hoc est, angulo CHK; est igitur HK parallela rectæ AB. *Q. E. D.*

P R O P. XXXIX. *Fig. 59.*

Sit recta linea AB extra circulum CDE, et a punctis A, B, ducantur AC, BD, circulum contingentes in C, D, sitque quadratum
ex

ex AB æquale summæ quadratorum ex AC, BD, per punctum A ducatur quævis recta circulo occurrens in E, F, et BE, BF jungantur, circulo occurrentes in G, H, in recta sunt puncta A, G, H.

Factum jam sit. In AB sumatur punctum K, ad easdem partes puncti A ad quas est punctum B; fitque rectangulum BAK æquale quadrato ex AC.

Quoniam in recta sunt puncta A, G, H, erit angulus AFH æqualis angulo AGE; et quoniam rectangulum BAK æquale est quadrato ex AC, hoc est, rectangulo FAE, in circulo sunt puncta E, K, B, F; quare erit angulus AKE æqualis angulo AFH, hoc est, angulo AGE; in circulo igitur sunt puncta A, E, G, K; quare erit rectangulum ABK æquale rectangulo EBG, hoc est, quadrato ex BD. Quoniam vero est rectangulum BAK æquale quadrato ex AC, et rectangulum ABK æquale quadrato ex BD, erit rectangulum BAK, simul cum rectangulo ABK, æquale summæ quadratorum ex AC, BD; est autem rectangulum BAK, simul cum rectangulo ABK, æquale

quadrato ex AB; quare erit quadratum ex AB æquale summæ quadratorum ex AC, BD.

Q. Q. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est quadratum ex AB æquale summæ quadratorum ex AC, BD, et est rectangulum BAK æquale quadrato ex AC, erit rectangulum ABK æquale quadrato ex BD, hoc est, rectangulo EBG; in circulo igitur sunt puncta A, E, G, K; quare erit angulus AGE æqualis angulo AKE. Quoniam vero est rectangulum BAK æquale quadrato ex AC, hoc est, rectangulo FAE, in circulo sunt puncta E, K, B, F; æqualis igitur est angulus AFH angulo AKE, hoc est, angulo AGE; et, addito angulo EGH utrisque, erit angulus AFH, simul cum angulo EGH, æqualis angulo AGE, simul cum angulo EGH; æquales autem sunt anguli AFH, EGH duobus rectis; æquales igitur sunt anguli AGE, EGH duobus rectis; in recta igitur sunt puncta A, G, H. Q. E. D.

P R O P. XL. Fig. 60.

Sit recta linea AB circulo occurrens in C, D, punctis, et sit punctum A extra circulum, punctum

punctum vero B intra, sitque rectangulum CAD æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo CBD, per punctum A ducatur quævis recta circulo occurrens in E, F, et BE, BF jungantur, circulo occurrentes in G, H; in recta sunt puncta A, G, H.

Factum jam sit. Ducatur GK parallela rectæ AB, circulo occurrens in K; occurratque juncta FK rectæ AB in L.

Quoniam in recta sunt puncta A, G, H, et est GK parallela rectæ AB, erit angulus BAH æqualis angulo HGK, hoc est, angulo HFK, vel BFL; in circulo igitur sunt puncta A, H, L, F; quare erit rectangulum ABL æquale rectangulo FBH, hoc est, rectangulo CBD; et quoniam parallelæ sunt GK, BL, erit angulus GBL æqualis angulo KGE, hoc est, angulo KFE, vel LFE; in circulo igitur sunt puncta B, E, F, L; quare erit rectangulum EAF æquale rectangulo BAL; est autem rectangulum EAF æquale rectangulo CAD; et est rectangulum BAL æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo ABL, hoc est, æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo
CBD;

CBD; est igitur rectangulum CAD æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo CBD. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum CAD æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo CBD, et est rectangulum EAF æquale rectangulo CAD, erit rectangulum EAF æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo CBD. Quoniam parallelæ sunt GK, BL, erit angulus GBL æqualis angulo KGE, hoc est, angulo KFE, vel LFE; in circulo igitur sunt puncta B, E, F, L; quare erit rectangulum BAL æquale rectangulo EAF, hoc est, rectangulo CAD; est autem rectangulum BAL æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo ABL, et est rectangulum CAD æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo CBD; est igitur quadratum ex AB, simul cum rectangulo ABL, æquale quadrato ex AB, simul cum rectangulo CBD; quare erit rectangulum ABL æquale rectangulo CBD, hoc est, rectangulo FBH; in circulo igitur sunt puncta A, H, L, F; quare erit angulus AHB æqualis angulo FLB; est autem angulus GHB æqualis

qualis angulo FEB; quare erit angulus AHB, simul cum angulo GHB, æqualis angulo FLB, simul cum angulo FEB; æquales autem sunt anguli FLB, FEB duobus rectis, æquales igitur sunt anguli AHB, GHB duobus rectis; in recta igitur sunt puncta A, G, H. *Q. E. D.*

P R O P. XLI. Fig. 61. 62.

Sit recta linea AB, et a punctis A, B, ducantur AC, BD, circumulum contingentes in C, D, in AB sumatur punctum E, ad easdem partes puncti A ad quas est punctum B, sitque rectangulum BAE æquale quadrato ex AC, et etiam in AB sumatur punctum F, ad easdem partes puncti B ad quas est punctum E, sitque rectangulum EBF æquale quadrato ex BD, per punctum A ducatur quævis recta circulo occurrens in G, H, et BG, BH jungantur, circulo occurrens in K, L; in recta sunt puncta L, K, F.

Factum jam fit. Jungantur E, G, circulo

culo occurrens in M; et jungantur L, M, occurratque LM rectæ BG in N.

Quoniam in recta sunt puncta L, K, F, et est rectangulum BAE æquale quadrato ex AC, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus BFK æqualis angulo KLN, hoc est, angulo EGB; in circulo igitur sunt puncta E, F, G, K; quare erit rectangulum EBF æquale rectangulo GBK, hoc est, quadrato ex BD. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum EBF æquale quadrato ex BD, hoc est, rectangulo GBK, in circulo sunt puncta E, F, G, K; quare erit angulus BFK æqualis angulo EGB, hoc est, angulo NLK; et quoniam est rectangulum BAE æquale quadrato ex AC, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus FBK æqualis angulo KNL; et est angulus BFK æqualis angulo NLK; æqualis igitur est angulus BKF angulo NKL; quare in recta sunt puncta L, K, F. *Q. E. D.*

PROP.

Fig.50.

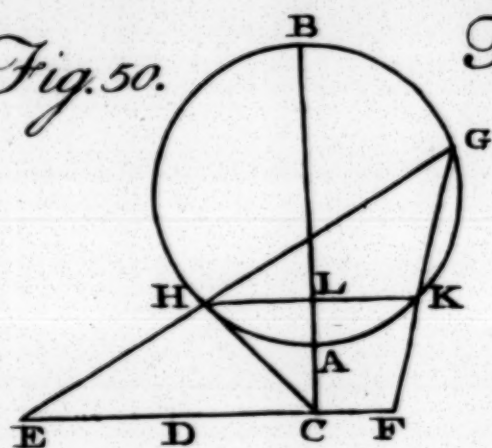


Fig.51.

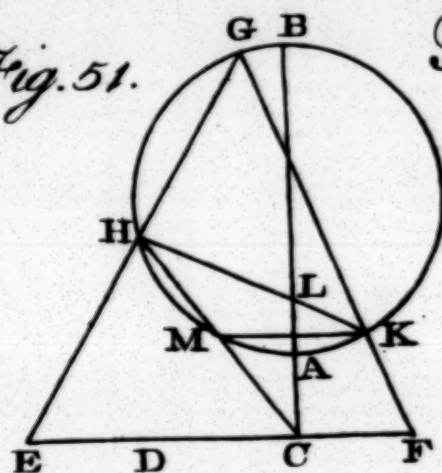


Fig.52.

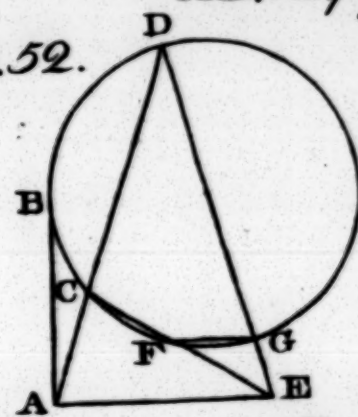


Fig.53.

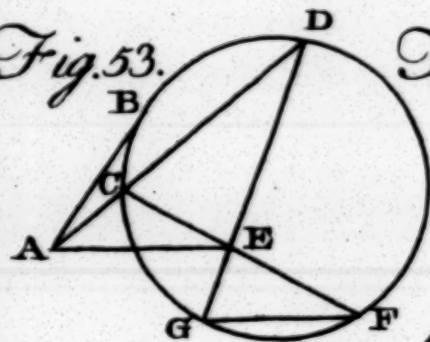


Fig.54.

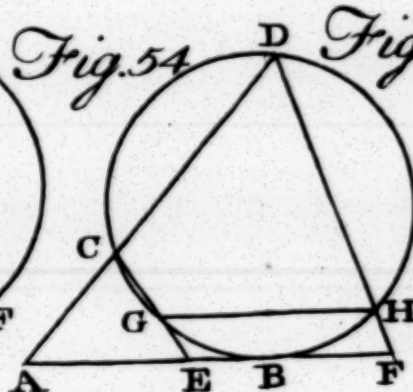


Fig.55.



Fig.56.

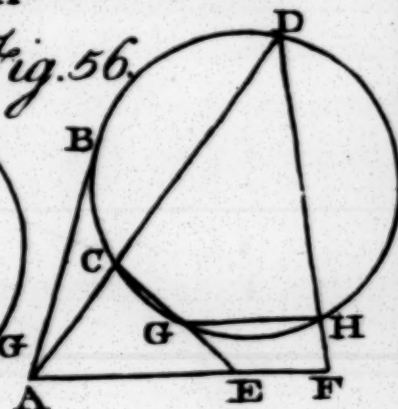


Fig.57.

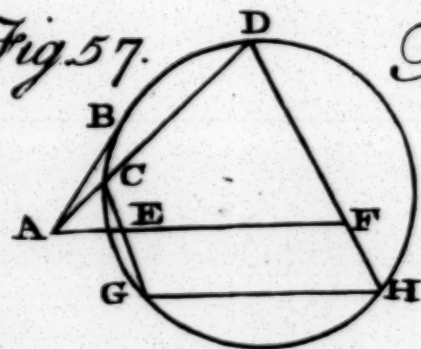


Fig.58.

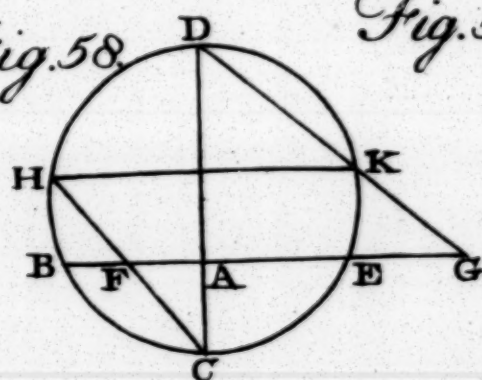
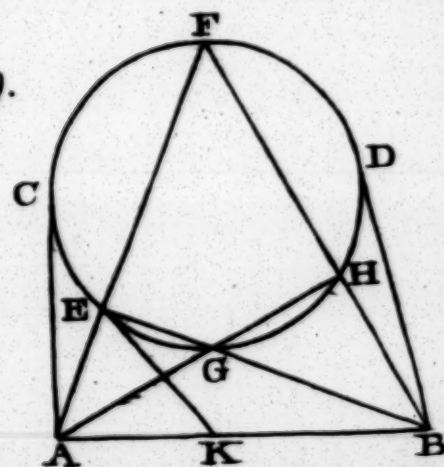


Fig.59.



PROP. XLII. Fig. 63. 64.

Sit recta linea AB, circulo occurrens in C, D, et sit punctum A extra circulum, punctum vero B intra, in AB sumatur punctum E, ad easdem partes puncti A ad quas est punctum B, sitque rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, et in AB sumatur punctum F, ad diversas partes puncti B ad quas est punctum E; sitque rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, per punctum A ducatur quævis recta circulo occurrens in G, H, et BG, BH jungantur, circulo occurrentes in K, L; in recta sunt puncta F, K, L.

Factum jam sit. Jungantur E, G, circulo occurrens in M; et jungantur L, M; occurratque LM rectæ BG in N; et ducatur AO, circulum contingens in O.

Quoniam in recta sunt puncta F, K, L, et est rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, hoc est, quadrato ex AO, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus BFK æqualis angulo

lo KLM, hoc est, angulo EGB; in circulo igitur sunt puncta E, G, F, K; quare erit rectangulum EBF æquale rectangulo GBK, hoc est, rectangulo CBD. $\mathcal{Q} \mathcal{Q} V$.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc est, rectangulo GBK, in circulo sunt puncta E, G, F, K; quare erit angulus BFK æqualis angulo EGB, hoc est, angulo NLK; et quoniam est rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, hoc est, quadrato ex AO, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus FBK æqualis angulo KNL; et est angulus BFK æqualis angulo NLK; æqualis igitur est angulus BKF angulo NKL; quare in recta sunt puncta F, K, L. $\mathcal{Q} E. D.$

P R O P. XLIII. Fig. 65. 66.

Sit recta linea AB, circulo occurrens in C, D, et sit punctum A intra circulum, punctum vero B extra, et sumatur in recta AB punctum E, ad diversas partes puncti A ad quas est punctum B, sitque rectangulum
BAE

BAE æquale rectangulo, CAD, et in AB sumatur punctum F, ad easdem partes puncti B ad quas est punctum E, sitque rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, per punctum A ducatur quævis recta circulo occurrens in G, H, et BG, BH jungantur, circulo occurrentes in K, L; in recta sunt puncta F, K, L.

Factum jam sit. Jungantur E, G, circulo occurrens in M; et jungantur L, M; occurratque LM rectæ BG in N; et ducatur BO, circulum contingens in O.

Quoniam in recta sunt puncta F, K, L, et est rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc est, quadrato ex BO, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus ABH æqualis angulo MLH, hoc est, angulo AGE; in circulo igitur sunt puncta H, B, G, E; quare erit rectangulum BAE æquale rectangulo GAH, hoc est, rectangulo CAD. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, hoc est, rectangulo GAH, in circulo sunt puncta H, B, G, E;

quare erit angulus ABH æqualis angulo AGE, hoc est, angulo MLH; parallelæ igitur sunt rectæ LM, AB; quare erit angulus GEF æqualis angulo GML: quoniam est rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc est, rectangulo KBG, in circulo sunt puncta K, G, F, E; quare erit angulus GKF æqualis angulo GEF, hoc est, angulo GML; in recta igitur sunt puncta K, F, L. *Q. E. D.*

P R O P. XLIV. *Fig. 67. 68.*

Sit recta linea AB, circulo occurrens in C, D, et sint puncta A, B intra circulum, in AB sumatur punctum E, ad diversas partes puncti A ad quas est punctum B, sitque rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, et in AB sumatur punctum F, ad diversas partes puncti B ad quas est punctum A, sitque rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, per punctum A ducatur quævis recta circulo occurrens in G, H, et BG, BH jungantur, circulo occurrentes in K, L; in recta sunt puncta F, K, L.

Factum jam sit. Jungantur E, G, circulo occurrens in M; et jungantur L, M; occurratque LM rectæ BG in N.

Quoniam

Quoniam in recta sunt puncta F, K, L, et est rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, erit [38. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus BFK æqualis angulo KLM, hoc est, angulo BGE; in circulo igitur sunt puncta E, G, F, K; quare erit rectangulum EBF æquale rectangulo GBK, hoc est, rectangulo CBD. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc est, rectangulo GBK, in circulo sunt puncta E, G, F, K; quare erit angulus BFK æqualis angulo BGE, hoc est, angulo NLK; et quoniam est rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, erit [38. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus FBK æqualis angulo KNL; et est angulus BFK æqualis angulo NLK; æqualis igitur est angulus BKF angulo NKL; quare in recta sunt puncta F, K, L. *Q. E. D.*

P R O P. XLV. *Fig. 69. 70.*

Circulo positione dato, et datis tribus punctis

A,

A, B, C in recta, et sint puncta A, B extra circumulum, ducantur AD, BE, circumulum contingentes in D, E, in AB sumatur punctum F, ad easdem partes puncti A ad quas est punctum C, sitque rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, et in AB sumatur punctum G, ad easdem partes puncti B ad quas est punctum F, sitque rectangulum GBF æquale quadrato ex BE, per punctum A ducatur quævis recta circumulo occurrens in H, K, et BH, CK jungantur, circumulo occurrentes in L, M; in recta sunt puncta L, M, G.

Factum jam sit. Jungantur F, H, circumulo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta sunt puncta L, M, G, et est rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, erit [37. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc est, angulo BHF; in circumulo igitur sunt puncta F, G, H, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc est, quadrato ex BE. 2. 2. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis.

ctis. Quoniam est rectangulum GBF æquale quadrato ex BE, hoc est, rectangulo HBL, in circulo sunt puncta F, G, H, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc est, angulo LMO; et quoniam est rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, hoc est, rectangulo HAK, erit [37. h.] NM parallela rectæ AB; quare erit angulus LOM æqualis angulo LBG; et est angulus LMO æqualis angulo BGL; æqualis igitur est angulus OLM angulo BLG; quare in recta sunt puncta L, M, G. *Q. E. D.*

P R O P. XLVI. Fig. 71. 72.

Circulo positione dato, et datis tribus punctis A, B, C in recta, sit punctum A extra circum, punctum vero B intra, occurrat recta AB circulo in P, Q, et ducatur AD, circum contingens in D, in AB sumatur punctum F, ad easdem partes puncti A ad quas est punctum C, sitque rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, et in AB sumatur punctum G, ad diversas partes puncti B ad quas est punctum F, sitque re-
ctangulum

Et angulum GBF æquale rectangulo PBQ, per punctum A ducatur quævis recta circulo occurrens in H, K, et BH, CK jungantur, circulo occurrentes in L, M; in recta sunt puncta L, M, G.

Factum jam sit. Jungantur F, H, circulo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta sunt puncta L, M, G, et est rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, erit [37. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc est, angulo BHF; in circulo igitur sunt puncta F, G, H, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc est, rectangulo PBQ. 2. 2. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum GBF æquale rectangulo PBQ, hoc est, rectangulo HBL, in circulo sunt puncta F, G, H, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc est, angulo LMO; et quoniam est rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, hoc est, rectangulo HAK, erit [37. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus LOM

Fig. 60.

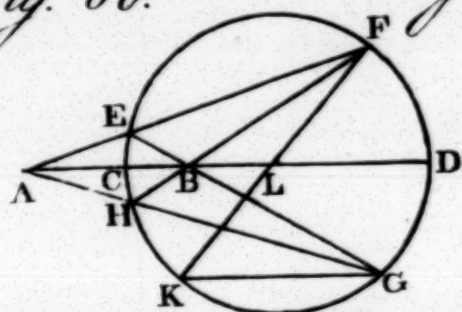


Fig. 61.

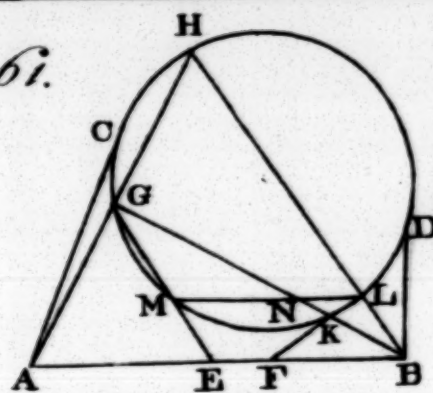


Fig. 62.

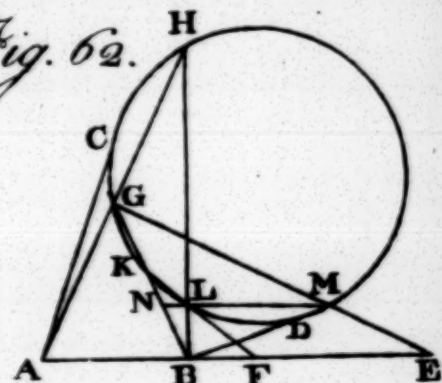


Fig. 64.

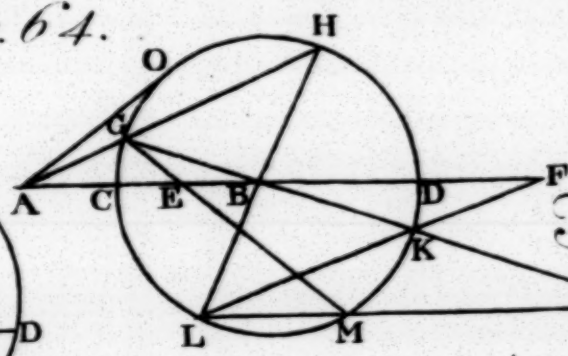


Fig. 63.

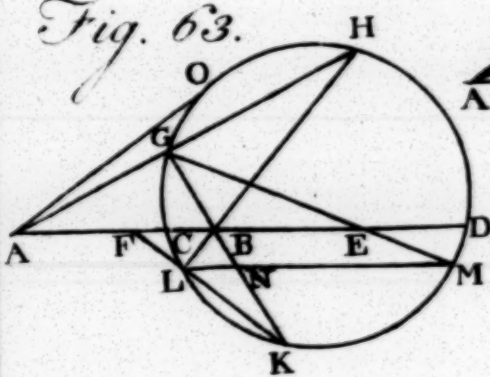


Fig. 65.

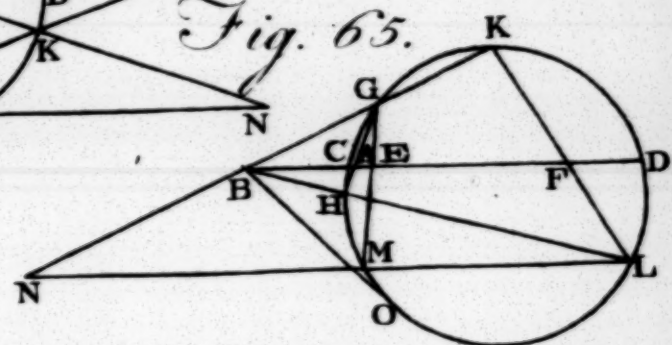


Fig. 66.

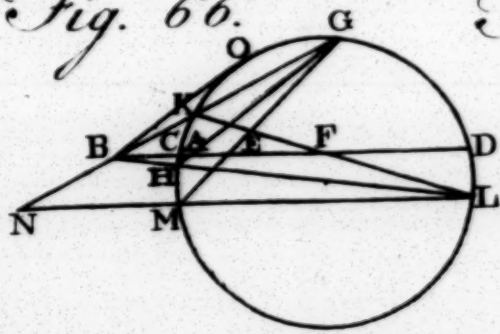


Fig. 67.

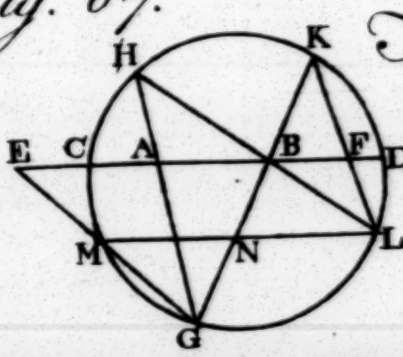
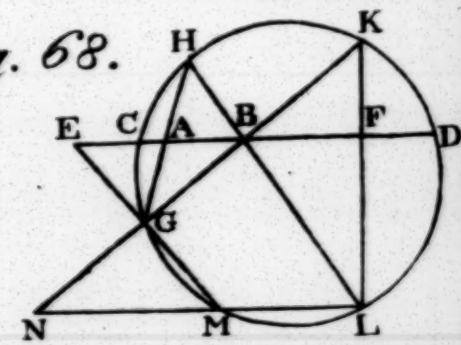


Fig. 68.



R
I
I
e
r

LOM æqualis angulo LBG, et est angulus LMO æqualis angulo BGL; æqualis igitur est angulus OLM angulo BLG; quare in recta sunt puncta L, M, G. Q. E. D.

P R O P. XLVII. Fig. 73. 74.

Circulo positione dato, et datis tribus punctis A, B, C, in recta, et sit punctum A intra circulum, punctum vero B extra, occurrat AB circulo in P, Q, et ducatur BD, circulum contingens in D, in AB sumatur punctum F, ad diversas partes puncti A ad quas est punctum C, sitque rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, et in AB sumatur punctum G, ad easdem partes puncti B ad quas est punctum F, sitque rectangulum FBG æquale quadrato ex BD, per punctum A ducatur quævis recta, circulo occurrens in H, K, et BH, CK jungantur, circulo occurrentes in L, M; in recta sunt puncta L, M, G.

Factum jam fit. Jungantur F, H, circulo
K

culo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta sunt puncta L, M, G, et est rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, erit [38. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc est, angulo BHF; in circulo igitur sunt puncta F, G, H, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc est, quadrato ex BD. \mathcal{Q} . \mathcal{Q} . V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum GBF æquale quadrato ex BD, hoc est, rectangulo HBL, in circulo sunt puncta F, G, H, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc est, angulo LMO: et quoniam est rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, erit [38. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus LOM æqualis angulo LBG; et est angulus LMO æqualis angulo BGL; æqualis igitur est angulus OLM angulo BLG; quare in recta sunt puncta L, M, G. \mathcal{Q} . E. D.

PROP.

P R O P. XLVIII. Fig. 75. 76.

Circulo positione dato, et datis tribus punctis A, B, C in recta, et sint puncta A, B intra circulum, occurrat AB circulo in P, Q, in AB sumatur punctum F, ad diversas partes puncti A ad quas est punctum C, sitque rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, et in AB sumatur punctum G, ad diversas partes puncti B ad quas est punctum F, sitque rectangulum FBG æquale rectangulo PBQ, per punctum A ducatur quævis recta, circulo occurrens in H, K, et BH, CK jungantur, circulo occurrentes in L, M; in recta sunt puncta L, M, G.

Factum jam sit. Jungantur F, H, circulo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta sunt puncta L, M, G, et est rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, erit [38. h.] MN parallela rectæ

K 2

AB;

AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc est, angulo BHF; in circulo igitur sunt puncta F, H, G, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc est, rectangulo PBQ. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum GBF æquale rectangulo PBQ, hoc est, rectangulo HBL, in circulo sunt puncta F, H, G, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc est, angulo LMO: et quoniam est rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, hoc est, rectangulo HAK, erit [38. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus LOM æqualis angulo LBG; et est angulus LMO æqualis angulo BGL; æqualis igitur est angulus OLM angulo BLG; quare in recta sunt puncta L, M, G. *Q. E. D.*

P R O P. XLIX. *Fig. 77.*

Sit triangulum ABC, et in BC sumantur duo puncta D, E, sit punctum D in BC producta, punctum vero E inter B, C, sitque rectangulum CDB æquale quadrato ex DE, per punctum D ducatur quavis recta, rectis

Fig. 69.

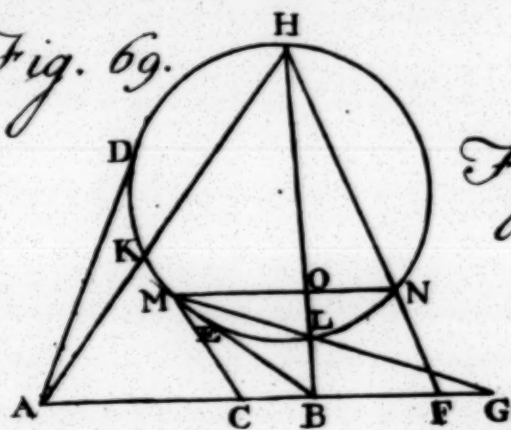


Fig. 70.

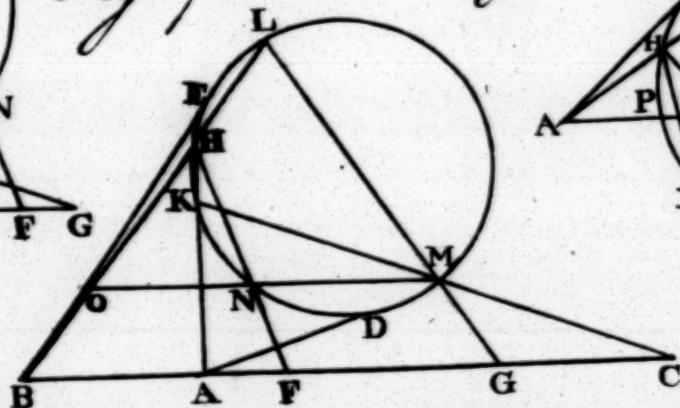


Fig. 71.

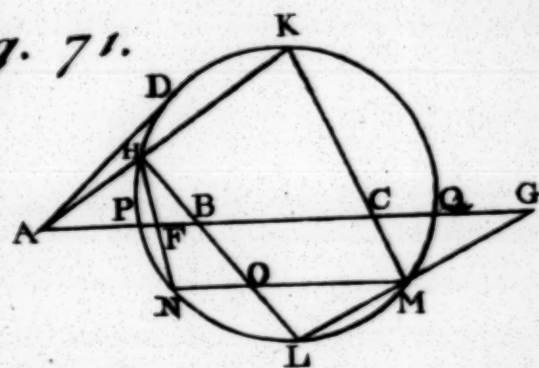


Fig. 72.

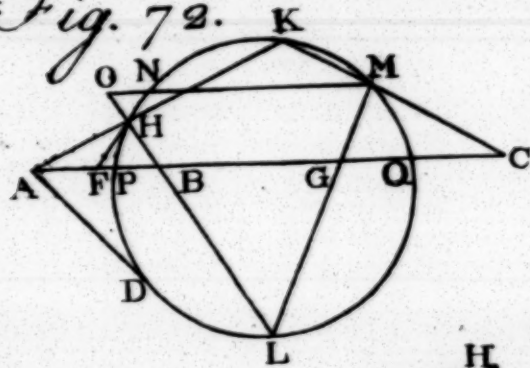


Fig. 74.

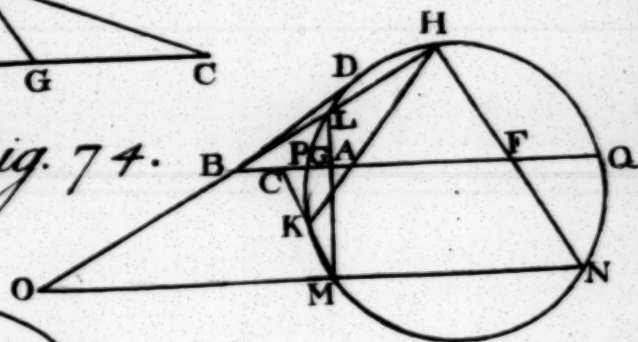


Fig. 73.

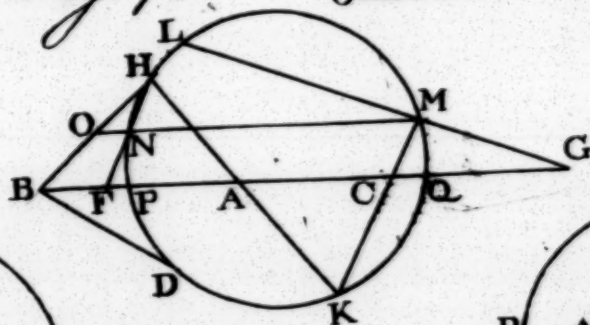


Fig. 75.

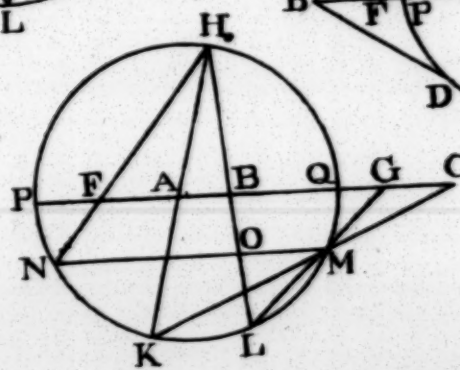
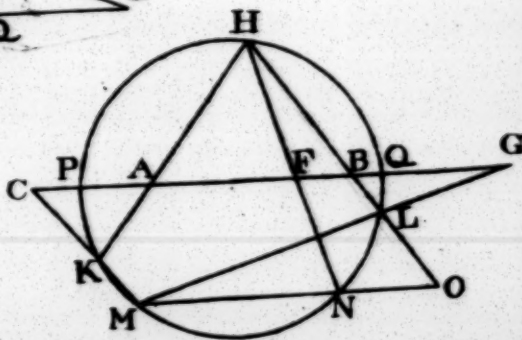


Fig. 76.



reētis AB, AC occurrens in F, G, et EF, EG jungantur, reētis AC, AB occurrentes in H, K; erit juncta HK parallela reētæ BC.

Factum jam fit. Ducatur FL parallela reētæ BC, reētis AC, GE occurrens in L, M; et ducatur GN parallela reētæ BC, reētis AB, FE occurrens in N, O.

Quoniam est reēta HK parallela reētæ BC, hoc est, parallela reētis FL, GN, erit LH ad HG ut MK ad KG; est autem LF ad GO ut LH ad HG; et est FM ad GN ut MK ad KG; quare erit LF ad GO ut FM ad GN; et, alternando, erit LF ad FM ut OG ad GN: quoniam est reēta BC parallela reētis FL, GN, erit CD ad DE ut LF ad FM, et ED ad DB ut OG ad GN; quare erit CD ad DE ut DE ad DB; est igitur reētangulum CDB æquale quadrato ex DE. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est reētangulum CDB æquale quadrato ex DE, erit CD ad DE ut DE ad DB: et quoniam est reēta BC parallela reētis FL, GN, erit LF ad FM ut CD ad DE, et OG ad GN ut ED ad DB; quare
erit

erit LF ad FM ut OG ad GN; et, alternando, erit LF ad GO ut FM ad GN: est autem LH ad HG ut LF ad GO, et MK ad KG ut FM ad GN; quare erit LH ad HG ut MK ad KG; est igitur recta HK parallela rectæ LM, hoc est, rectæ BC.
 Q. E. D.

P R O P. L. Fig. 78.

Sint duæ rectæ BF, CG parallelae, et occurrat recta BC rectis BF, CG, in B, C, et in BC sumantur duo puncta D, E, sit punctum D in BC producta, punctum vero E inter B, C, sitque rectangulum CDB æquale quadrato ex DE, per punctum D ducatur quævis recta, rectis BF, CG occurrens in F, G, et EF, EG jungantur, rectis CG, BF occurrentes in H, K; erit juncta HK parallela rectæ BC.

Factum jam sit. Ducatur FL parallela rectæ BC, rectis CG, GE occurrens in L, M; et ducatur GN parallela rectæ BC, rectis BF, FE occurrens in N, O. Quoniam est recta
 HK

HK parallela rectæ BC, hoc est, parallela rectis FL, GN, erit LH ad HG ut MK ad KG; est autem LF ad GO ut LH ad HG; et est FM ad GN ut MK ad KG; quare erit LF ad GO ut FM ad GN; et, alternando, erit LF ad FM ut OG ad GN: quoniam est recta BC parallela rectis FL, GN, erit CD ad DE ut LF ad FM, et ED ad DB ut OG ad GN; quare erit CD ad DE ut DE ad DB; est igitur rectangulum CDB æquale quadrato ex DE. \mathcal{Q} . \mathcal{Q} . V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum CDB æquale quadrato ex DE, erit CD ad DE ut DE ad DB; et quoniam est recta BC parallela rectis FL, GN, erit LF ad FM ut CD ad DE, et OG ad GN ut ED ad DB; quare erit LF ad FM ut OG ad GN; et, alternando, erit LF ad GO ut FM ad GN; est autem LH ad HG ut LF ad GO, et MK ad KG ut FM ad GN; quare erit LH ad HG ut MK ad KG; est igitur recta HK parallela rectæ LM, hoc est, rectæ BC. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P.

PROP. LI. Fig. 79.

Sit triangulum ABC, et sit D punctum in BC producta, in BC sumantur duo puncta E, F, ad easdem partes puncti D ad quas sunt puncta B, C, sitque rectangulum CDB æquale rectangulo FDE, per punctum D ducatur quavis recta, rectis AB, AC occurrens in G, H, et FG, EH jungantur, rectis AC, AB occurrentes in L, K; erit juncta KL parallela rectæ BC.

Factum jam sit. Ducatur GM parallela rectæ BC, rectis CH, HE occurrens in M, N; et ducatur HO parallela rectæ BC, rectis BG, GF occurrens in O, P.

Quoniam est recta KL parallela rectæ BC, hoc est, parallela rectis GM, HO, erit ML ad LH ut NK ad KH; est autem GM ad HP ut ML ad LH; et est GN ad HO ut NK ad KH; quare erit GM ad HP ut GN ad HO; et, alternando, erit MG ad GN ut PH ad HO: quoniam est recta BC parallela rectis GM, HO, erit CD ad DE ut MG

MG ad GN, et DF ad DB ut PH ad HO ;
quare erit CD ad DE ut DF ad DB ; est
igitur rectangulum CDB æquale rectangulo
FDE. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constru-
ctis. Quoniam est rectangulum CDB æquale
rectangulo FDE, erit CD ad DE ut DF ad
DB : quoniam est recta BC parallela rectis
GM, HO, erit MG ad GN ut CD ad DE,
et PH ad HO ut DF ad DB ; quare erit
MG ad GN ut PH ad HO ; et, alternando,
erit MG ad PH ut GN ad HO ; est autem
ML ad LH ut MG ad PH ; et est NK ad
KH ut GN ad HO ; quare erit ML ad LH
ut NK ad KH ; est igitur recta LK parallela
rectæ GM, hoc est, parallela rectæ BC.
Q. E. D.

P R O P. LII. *Fig. 80.*

*Sint duæ rectæ BG, CH, parallele, et occur-
rat recta BC rectis BG, CH in B, C, et in
BC producta sumatur punctum D, in BC
sumantur duo puncta E, F, ad easdem par-
tes puncti D ad quas sunt puncta B, C, sit-*
L que

que rectangulum FDE æquale rectangulo CDB, per punctum D ducatur quævis recta, rectis BG, CH occurrens in G, H, et EH, FG jungantur, rectis BG, CH occurrentes in K, L; erit juncta KL parallela rectæ BC.

Factum jam fit. Ducatur GM parallela rectæ BC, rectis CH, HE occurrens in M, N; et ducatur HO parallela rectæ BC, rectis BG, GF occurrens in O, P.

Quoniam est recta KL parallela rectæ BC, hoc est, parallela rectis GM, HO, erit ML ad LH ut NK ad KH; est autem GM ad HP ut ML ad LH; et est GN ad HO ut NK ad KH; quare erit GM ad HP ut GN ad HO; et, alternando, erit MG ad GN ut PH ad HO: quoniam est recta BC parallela rectis GM, HO, erit CD ad DE ut MG ad GN, et FD ad DB ut PH ad HO; quare erit CD ad DE ut DF ad DB; est igitur rectangulum CDB æquale rectangulo FDE. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum CDB æquale rectangulo FDE, erit CD ad DE ut FD ad DB;

DB : quoniam est recta BC parallela rectis GM, HO, erit MG ad GN ut CD ad DE, et PH ad HO ut FD ad DB ; quare erit MG ad GN ut PH ad HO ; et, alternando, erit MG ad PH ut GN ad HO ; est autem ML ad LH ut MG ad PH ; et est NK ad KH ut GN ad HO ; quare erit ML ad LH ut NK ad KH ; est igitur recta LK parallela rectæ GM, hoc est, parallela rectæ BC. Q. E. D.

P R O P. LIII. Fig. 81. 82.

Sit triangulum ABC, et in BC sumantur duo puncta D, E, sitque CD ad DB ut CE ad EB, per punctum D ducatur quævis recta, rectis AB, AC occurrens in F, G ; et EF, EG jungantur, rectis AC, AB occurrentes in H, K ; in recta sunt puncta H, K, D.

Ducatur FL parallela rectæ AC, rectis BC, KG, HK occurrens in L, M, N ; ducatur BO parallela rectæ AC, rectæ KG occurrens in O, et rectis FD, FE in P, Q.

Quoniam in recta sunt puncta H, K, D,

L 2

erit

erit NL ad LF ut HC ad CG, hoc est, ut LF ad LM; quare erit NL ad LF ut NF ad FM: est autem HC ad CG ut NL ad LF, et HA ad AG ut NF ad FM; quare erit HC ad CG ut HA ad AG: est autem QB ad BO ut HC ad CG, et QB ad BP ut HA ad AG; quare erit QB ad BO ut QB ad BP; æquales igitur sunt rectæ BP, BO; quare erit CG ad BP ut CG ad BO: est autem CD ad DB ut CG ad BP, et CE ad EB ut CG ad BO; quare erit CD ad DB ut CE ad EB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est CD ad DB ut CE ad EB, et est CG ad BP ut CD ad DB, et CG ad BO ut CE ad EB, erit CG ad BP ut CG ad BO; æquales igitur sunt rectæ BO, BP; quare erit QB ad BO ut QB ad BP: est autem HC ad CG ut QB ad BO, et QB ad BP ut HA ad AG; quare erit HC ad CG ut HA ad AG: est autem HA ad AG ut NF ad FM, et HC ad CG ut FL ad LM; quare erit NF ad FM ut FL ad LM; et, alternando, erit NF ad FL ut FM ad ML; quare erit NL ad LF ut LF ad LM, hoc est, ut CH ad CG; et, alternando, erit NL ad CH

CH ut FL ad CG, hoc est, ut LD ad DC ;
in recta igitur sunt puncta H, K, D.
Q. E. D.

P R O P. LIV. Fig. 83. 84.

*Sint duæ rectæ BF, CG parallele, et occurrat
recta BC rectis BF, CG in B, C, in BC su-
mantur duo puncta D, E, sitque CD ad DB
ut CE ad EB, per punctum D ducatur quæ-
vis recta, rectis BF, CG occurrens in F, G,
et EF, EG jungantur, rectis CG, BF oc-
currentes in H, K ; in recta sunt puncta
H, K, D.*

Factum jam fit. Quoniam in recta sunt
puncta H, K, D, erit GH ad FK ut GD ad
DF, hoc est, ut CD ad DB, et est GH ad
FK ut CE ad EB, erit CD ad DB ut CE ad
EB. Q. Q. V.

Componetur autem sic. Quoniam est
CD ad DB ut CE ad EB, et est GD ad DF
ut CD ad DB, et GH ad FK ut CE ad EB,
erit GD ad DF ut GH ad FK ; in recta igi-
tur sunt puncta H, K, D. Q. E. D.

P R O P.

P R O P. LV. Fig. 85. 86.

Sint duæ rectæ AB, CD parallelæ, et ipsarum termini AC, BD jungantur, ducatur quævis recta, rectis AB, CD, AC, BD occurrens in E, F, G, H; erit rectangulum AEB ad rectangulum CFD ut rectangulum GEH ad rectangulum GFH.

Quoniam est rectangulum AEB ad rectangulum CF, EB ut AE ad CF, hoc est, ut GE ad GF, hoc est, ut rectangulum GEH ad rectangulum GF, EH, et est rectangulum CF, EB ad rectangulum CFD ut EB ad FD, hoc est, ut EH ad HF, hoc est, ut rectangulum GF, EH ad rectangulum GFH, erit, ex æquo, rectangulum AEB ad rectangulum CFD ut rectangulum GEH ad rectangulum GFH.
Q. E. D.

P R O P. LVI. Fig. 87. 88.

Sint duæ rectæ AB, CD, et ipsarum termini AC,

AC, BD jungantur, et etiam AD, BC, jungantur, per punctum quodvis E in CD ducatur recta parallela rectæ AB, rectis AD, BC, AC, BD occurrens in F, G, H, K; erit rectangulum HEK æquale rectangulo FEG.

Occurrant AB, CD in L. Quoniam est HE ad EG ut AL ad LB, et est AL ad LB ut FE ad EK, erit HE ad EG ut FE ad EK; quare erit rectangulum HEK æquale rectangulo FEG. Q. E. D.

P R O P. LVII. Fig. 89. 90.

Sit triangulum ABC, et in BC sit punctum quodvis D, in BC sumantur puncta E, F, sitque quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC, per punctum D ducatur quævis recta, rectis AB, AC occurrens in G, H, et EG, FH jungantur, rectis AC, AB occurrentes in K, L; in recta sunt puncta K, L, D.

Factum jam sit. Per punctum F ducatur parallela rectæ GK, rectis AB, AC, LK, GH occurrens in M, N, O, P.

Quoniam

Quoniam in recta sunt puncta K, L, D, erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO: est autem rectangulum PFO æquale [56. h.] rectangulo MFN; quare erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, hoc est [55. h.], ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC, hoc est [55. h.], ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, et est rectangulum MFN æquale [56. h.] rectangulo PFO, erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO: est autem quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut quadratum ex GE ad quadratum ex PF; est igitur quadratum ex GE ad quadratum ex PF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO; et, alternando, erit quadratum ex GE ad rectangulum GEK ut quadratum ex PF ad rectangulum PFO. Quoniam est quadratum ex GE ad rectangulum

Prop

gulu

ex P

erit

do,

igitu

Sim

t

I

gulum GEK ut GE ad EK, et quadratum ex PF ad rectangulum PFO ut PF ad FO, erit GE ad EK ut PF ad FO; et, alternando, erit GE ad PF ut EK ad FO; in recta igitur sunt puncta K, L, D. *Q. E. D.*

PROP. LVIII. Fig. 91. 92.

Sint due rectæ BG, CH parallelæ, et sit quævis recta BC, rectis BG, CH occurrens in B, C, et in BC sumatur punctum quodvis D, sumantur etiam in BC puncta E, F, sitque quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC, per punctum D ducatur quævis recta, rectis BG, CH occurrens in G, H, et EG, FH jungantur, rectis CH, BG occurrentes in K, L; in recta sunt puncta K, L, D.

Factum jam sit. Per punctum F ducatur parallela rectæ GK, rectis BG, CH, LK, GH occurrens in M, N, O, P.

Quoniam in recta sunt puncta K, L, D, erit quadratum ex DE ad quadratum ex

M
DF

DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO : est autem rectangulum PFO æquale [56. h.] rectangulo MFN ; quare erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, hoc est [55. h.], ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC. 2. 2. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC, hoc est [55. h.], ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, et est rectangulum MFN æquale [56. h.] rectangulo PFO, erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO : est autem quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut quadratum ex GE ad quadratum ex PF ; est igitur quadratum ex GE ad quadratum ex PF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO ; et, alternando, erit quadratum ex GE ad rectangulum GEK ut quadratum ex PF ad rectangulum PFO. Quoniam est quadratum ex GE ad rectangulum GEK ut GE ad EK, et quadratum ex PF ad rectangulum PFO ut PF ad FO, erit GE ad EK ut PF

PF ad FO; et, alternando, erit GE ad PF
ut EK ad FO; in recta igitur sunt puncta
K, L, D. *Q. E. D.*

P R O P. LIX. Fig. 93.

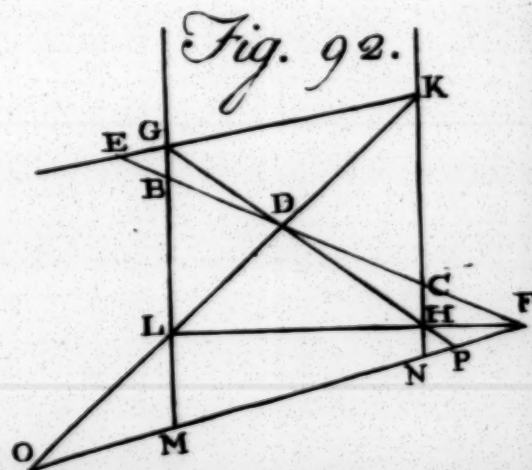
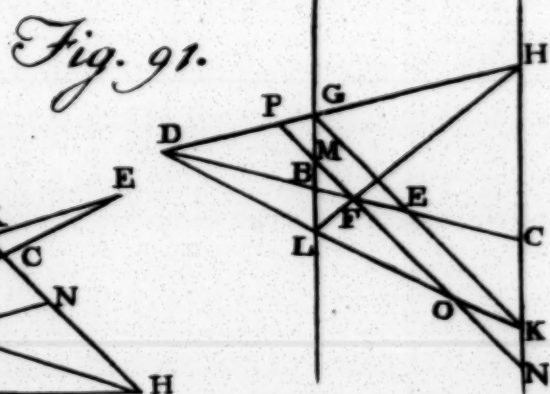
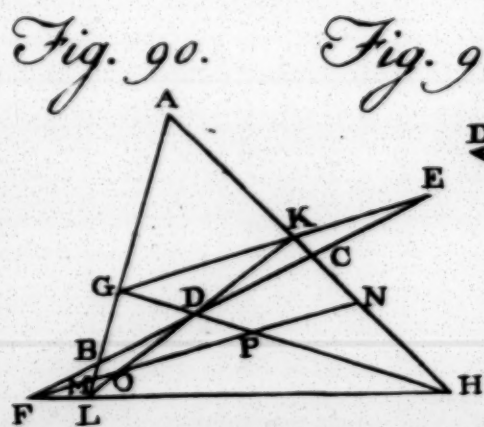
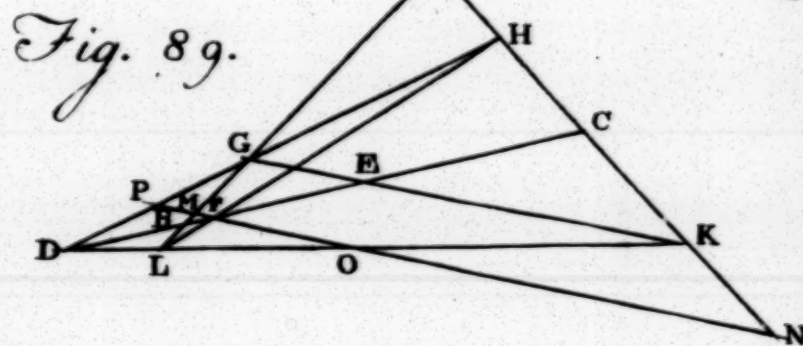
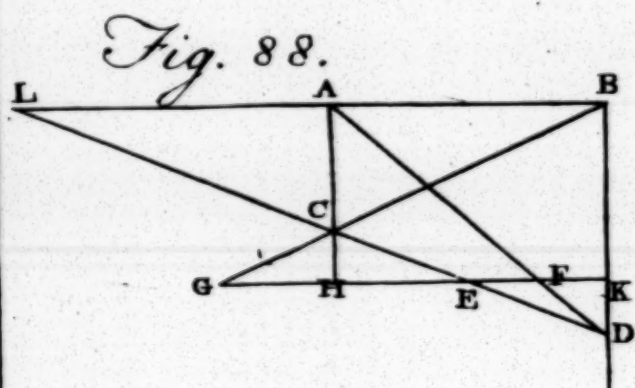
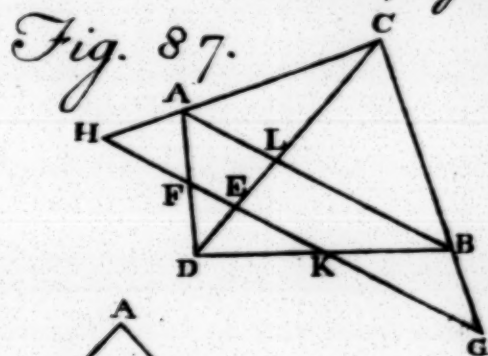
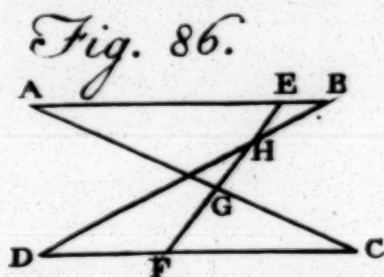
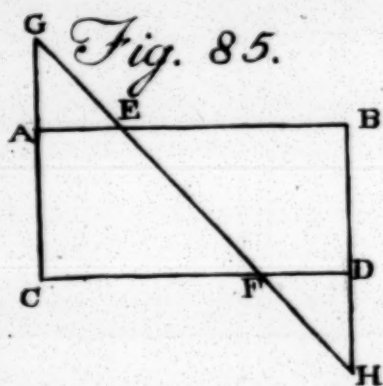
*Sit ABC triangulum, et in BC sumantur
puncta D, E, F, G, sitque rectangulum
DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum
BGC ad rectangulum BFC, per punctum
D ducatur quævis recta, rectis AB, AC
occurrentes in H, K, et GH, FK jungantur,
rectis AC, AB occurrentes in L, M; in
recta sunt puncta L, M, E.*

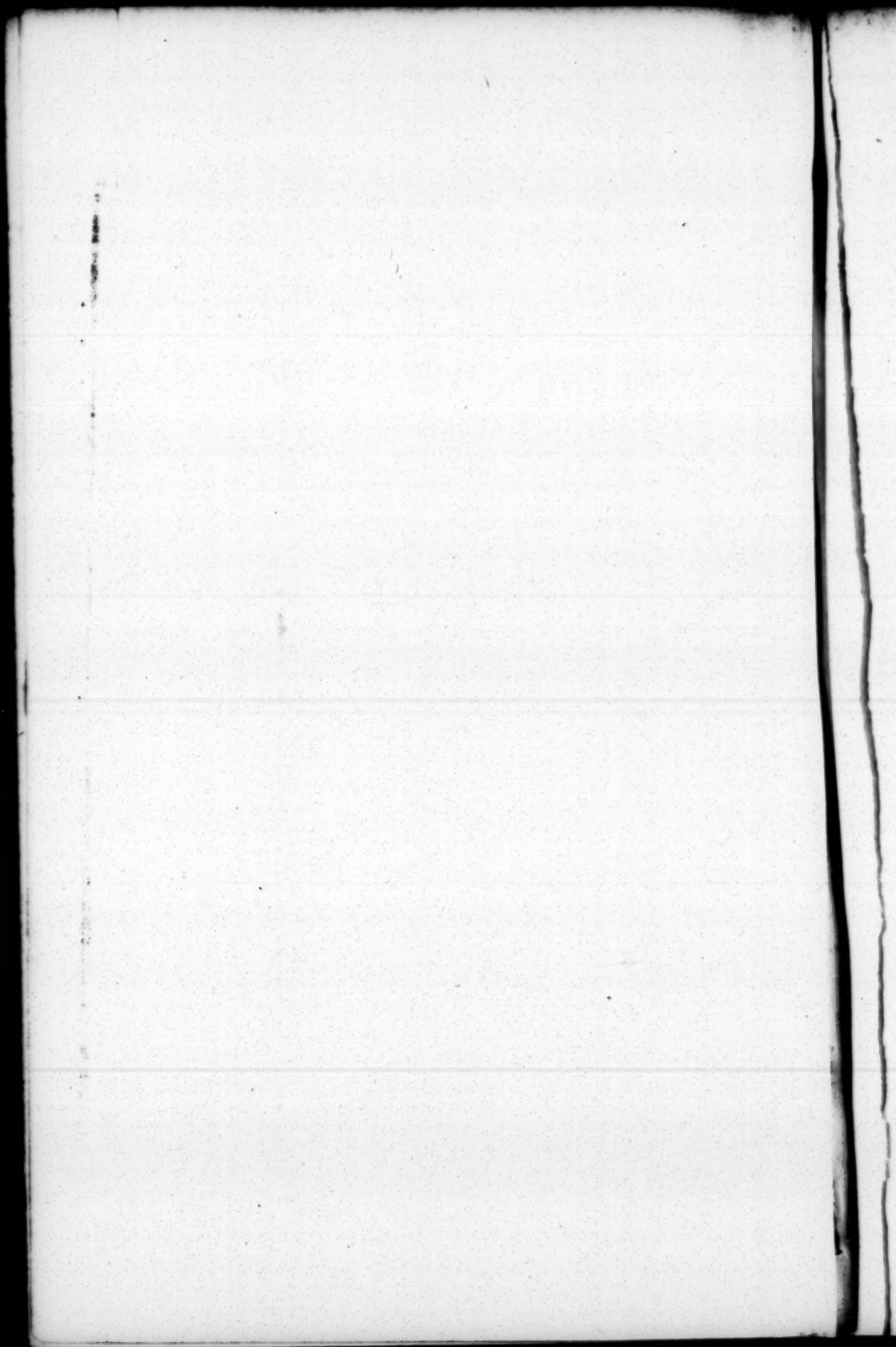
Factum jam fit. Per punctum F duca-
tur FN parallela rectæ HL, rectis HK, LM,
AB, AC occurrens in N, O, P, Q.

Quoniam in recta sunt puncta L, M, E,
erit EG ad GL ut EF ad FO: est autem
rectangulum DGE ad rectangulum DGL
ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad re-
ctangulum DFO ut EF ad FO; quare erit
rectangulum DGE ad rectangulum DGL
ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO;

et est rectangulum DGL ad rectangulum HGL ut DG ad GH, hoc est, ut DF ad FN, hoc est, ut rectangulum DFO ad rectangulum NFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO: est autem rectangulum NFO æquale [56. h.] rectangulo PFQ; quare erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, hoc est [55. h.], ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC, hoc est [55. h.], ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, et est rectangulum PFQ [56. h.] æquale rectangulo NFO, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO: est





est autem rectangulum HGL ad rectangulum DGL ut HG ad GD, hoc est, ut NF ad FD, hoc est, ut rectangulum NFO ad rectangulum DFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO; quoniam est rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad rectangulum DFO ut EF ad FO, erit EG ad GL ut EF ad FO; in recta igitur sunt puncta L, M, E. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. LX. Fig. 94.

Sint duæ rectæ BH, CK parallelæ, et sit quævis recta BC, rectis BH, CK occurrens in B, C, in BC sumantur puncta D, E, F, G, sitque rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC, per punctum D ducatur quævis recta, rectis BH, CK occurrens in H, K, et GH, FK jungantur, rectis CK, BH occurrentes in L, M; in recta sunt puncta L, M, E.

Factum

Factum jam sit. Per punctum F ducatur FN parallela rectæ HL, rectis HK, LM, BH, CK occurrens in N, O, P, Q.

Quoniam in recta sunt puncta L, M, E, erit EG ad GL ut EF ad FO: est autem rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad rectangulum DFO ut EF ad FO; quare erit rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO; et est rectangulum DGL ad rectangulum HGL ut DG ad GH, hoc est, ut DF ad FN, hoc est, ut rectangulum DFO ad rectangulum NFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO: est autem rectangulum NFO [56. h.] æquale rectangulo PFQ; quare erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, hoc est [55. h.], ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est rectangulum DGE ad
rectangulum

rectangulum DFE ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC, hoc est [55. h.], ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, et est rectangulum PFQ [56. h.] æquale rectangulo NFO, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO: est autem rectangulum HGL ad rectangulum DGL ut HG ad GD, hoc est, ut NF ad FD, hoc est, ut rectangulum NFO ad rectangulum DFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO. Quoniam est rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad rectangulum DFO ut EF ad FO, erit EG ad GL ut EF ad FO; in recta igitur sunt puncta L, M, E. *Q. E. D.*

P R O-

PROPOSITIONUM
GEOMETRICARUM
LIBER SECUNDUS.

PROP. I. Fig. 95. 96.

IN AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et ducatur CE normalis rectæ AB, bifariam secetur CD in F, a punctis D, F inflectantur DG, FG, ad punctum quodvis G in circulo, occurratque DG circulo in H, et occurrat FG rectæ CE in K; erit juncta HK parallela rectæ CD.

Factum jam sit. Occurrat DG rectæ CE in L; et ducatur LM parallela rectæ CD, rectæ FG occurrens in M.

Quoniam est HK parallela rectæ CD, hoc est, rectæ LM, erit FK ad KM ut DH ad HL, et est [3. h. lib. 1.] DH ad HL ut DG

DG ad GL; quare erit FK ad KM ut DG ad GL: est autem FC ad LM ut FK ad KM, et DF ad LM ut DG ad GL; est igitur FC ad LM ut FD ad LM; æqualis igitur est FC ipsi FD. $\mathcal{Q} \mathcal{Q} V$.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est FC æqualis ipsi FD, erit FC ad LM ut FD ad LM: est autem FK ad KM ut FC ad LM, et est DG ad GL ut DF ad LM; quare erit FK ad KM ut DG ad GL; et est [3. h. lib. 1.] DG ad GL ut DH ad HL; est igitur FK ad KM ut DH ad HL: parallelæ igitur sunt HK, LM; quare erit HK parallela rectæ CD. $\mathcal{Q} E. D.$

P R O P. II. Fig. 97. 98.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et ducatur CE normalis rectæ AB, et ducatur DF, rectæ CE occurrens in F, bifariam secetur DF in G, et a punctis D, G inflectantur DH, GH, ad punctum quodvis H in circulo, occurratque DH circulo in

N

K,

K, et occurrat GH rectæ CE in L; erit juncta KL parallela rectæ DF.

Factum jam fit. Occurrat DH rectæ CE in M; et ducatur MN parallela rectæ DF, rectæ GH occurrens in N.

Quoniam est KL parallela rectæ DF, hoc est, rectæ MN, erit GL ad LN ut DK ad KM; et est [3. h. lib. 1.] DK ad KM ut DH ad HM; quare erit GL ad LN ut DH ad HM: est autem GF ad MN ut GL ad LN, et DG ad MN ut DH ad HM; est igitur GF ad MN ut DG ad MN; æqualis igitur est FG ipsi GD. 2. 2. V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est FG æqualis ipsi GD, erit FG ad MN ut DG ad MN: est autem GL ad LN ut FG ad MN, et est DH ad HM ut DG ad MN; est igitur GL ad LN ut DH ad HM: et quoniam est [3. h. lib. 1.] DH ad HM ut DK ad KM, erit GL ad LN ut DK ad KM; et est MN parallela rectæ DF; quare erit KL parallela rectæ DF. 2. E. D,

PROP.

PROP. III. Fig. 99. 100.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et ducatur CE normalis rectæ AB, a punctis A, D inflectantur AF, DF, ad punctum quodvis F in circulo, occurratque DF circulo in G, et occurrat AF rectæ CE in H; in recta sunt puncta G, H, B.

Factum jam sit. Occurrat DF rectæ CE in K; et ducatur KL parallela rectæ AD, rectæ AF occurrens in L; et ducatur DM parallela rectæ CE, junctæ HG occurrens in M; et jungantur BH.

Quoniam in recta sunt puncta G, H, B, erit DM ad CH ut DB ad BC, hoc est, ut DA ad AC; et, alternando, erit DM ad DA ut CH ad CA, hoc est, ut HK ad KL; quare erit DM ad HK ut DA ad KL: est autem DG ad GK ut DM ad KH, et DA ad KL ut DF ad FK; quare erit DG ad GK ut DF ad FK. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constru-

ctis. Quoniam [3. h. lib. I.] est DG ad GK ut DF ad FK, et est DM ad KH ut DG ad GK, et DA ad KL ut DF ad FK, erit DM ad KH ut DA ad KL; et, alternando, erit DM ad DA ut KH ad KL, hoc est, ut CH ad AC; quare erit DM ad CH ut DA ad AC, hoc est, ut DB ad BC; in recta igitur sunt puncta G, H, B. *Q. E. D.*

P R O P. IV. Fig. 101. 102.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta CD, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et ducatur CE normalis rectæ AB, et ducatur quævis recta DF, recta CE occurrens in F, in DF sumantur duo puncta G, H, fitque DH ad HF ut DG ad GF, a punctis D, G inflectantur DK, GK, ad punctum quodvis K in circulo, occurratque DK circulo in L, et occurrat recta GK rectæ CE in M; in recta sunt puncta L, M, H.

Factum jam fit. Occurrat recta DK rectæ CE in N; et ducatur NO parallela rectæ DF,

Fig. 93.

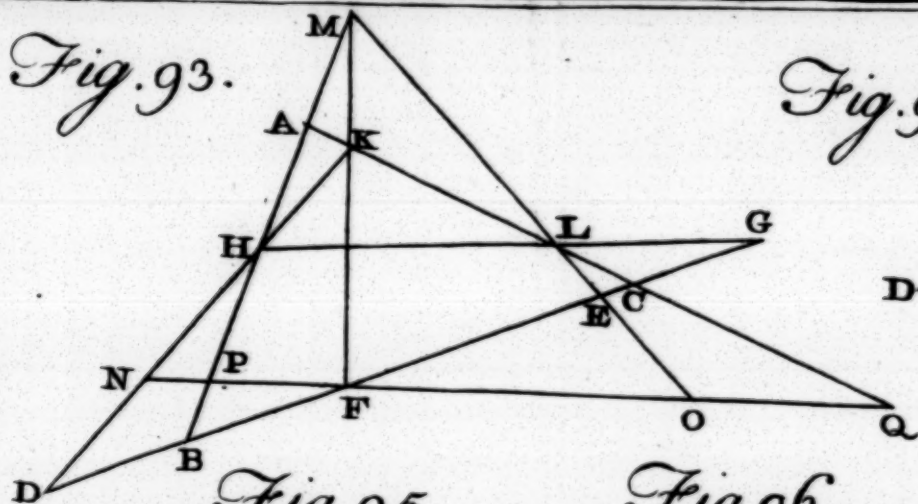


Fig. 94.

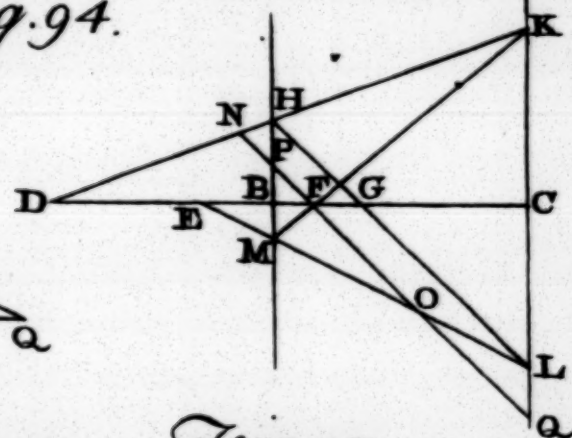


Fig. 95.

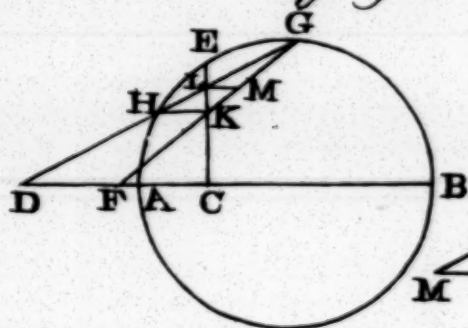


Fig. 96.

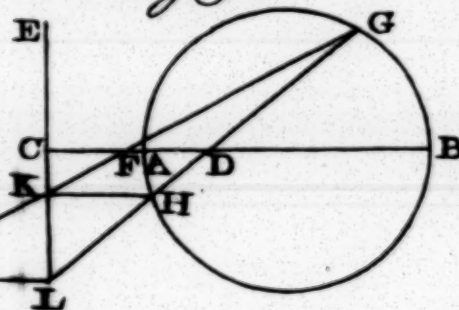


Fig. 97.

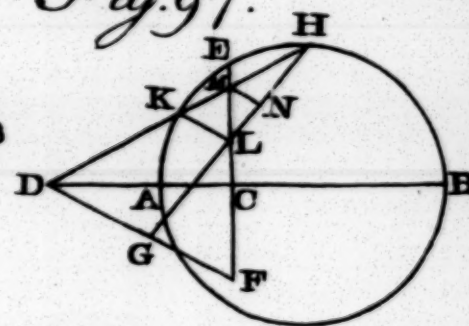


Fig. 98.

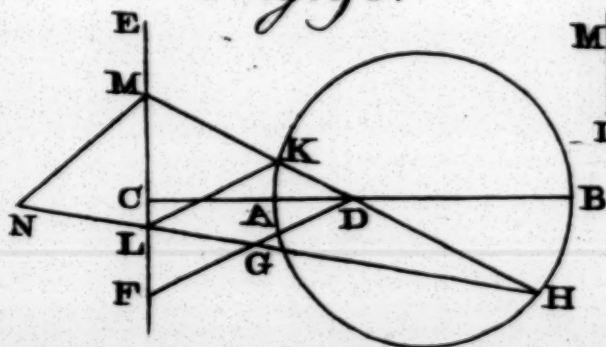


Fig. 99.

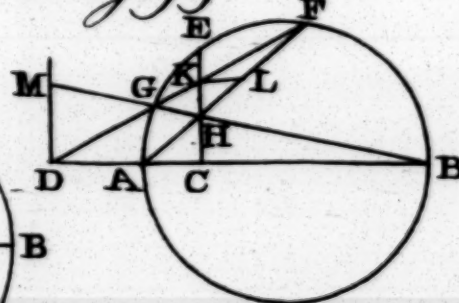
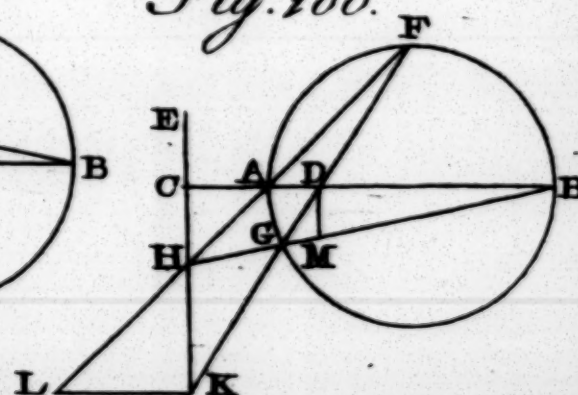


Fig. 100.



DF, rectæ GK occurrens in O; ducatur DP parallela rectæ CE, junctæ LM occurrens in P; et jungantur M, H.

Quoniam in recta sunt puncta L, M, H, erit DP ad FM ut DH ad HF, hoc est, ut DG ad GF; et, alternando, erit DP ad DG ut FM ad FG, hoc est, ut MN ad NO; quare erit DP ad MN ut DG ad NO: est autem DL ad LN ut DP ad MN; et est DK ad KN ut DG ad NO; est igitur DL ad LN ut DK ad KN. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [3. h. lib. 1.] DL ad LN ut DK ad KN, et est DP ad MN ut DL ad LN, et DG ad NO ut DK ad KN, erit DP ad MN ut DG ad NO; et, alternando, erit DP ad DG ut MN ad NO, hoc est, ut MF ad FG; quare erit DP ad MF ut DG ad GF, hoc est, ut DH ad HF; quare in recta sunt puncta L, M, H. *Q. E. D.*

P R O P.

P R O P. V. Fig. 103. 104.

In AP. diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB; ducatur CE normalis rectæ AB, et ducatur DF parallela rectæ CE, et producaturs FD ad G ut sit FD æqualis ipsi DG, a punctis D, F inflectantur DH, FH, ad punctum quodvis H in circulo, occurratque DH circulo in K, et occurrat FH rectæ CE in L; in recta sunt puncta G, K, L.

Factum jam sit. Occurrat DH rectæ CE in M. Quoniam in recta sunt puncta G, K, L, erit GD ad LM ut DK ad KM: est autem [3. h. lib. 1.] DK ad KM ut DH ad HM, hoc est, ut DF ad LM; quare erit GD ad LM ut DF ad LM; æqualis igitur est GD ipsi DF. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est GD æqualis ipsi DF, erit GD ad LM ut DF ad LM, hoc est, ut DH ad HM: est autem [3. h. lib. 1.] DH ad HM ut DK ad KM; quare erit GD ad LM

LM ut DK ad KM; in recta igitur sunt puncta G, K, L. *Q. E. D.*

P R O P. VI. Fig. 105. 106.

Sit triangulum ABC, et bifariam secetur BC in D, ducatur AE parallela rectæ BC, per punctum D ducatur quævis recta DE, rectæ AE occurrens in E, et bifariam secetur DE in F, a punctis D, F inflectantur DG, FG, ad punctum quodvis G in AC, occurratque DG rectæ AB in H, et occurrat FG rectæ AE in K; erit juncta HK parallela rectæ DE.

Factum jam fit. Occurrat DG rectæ AE in L; et ducatur LM parallela rectæ DE, rectæ FG occurrens in M.

Quoniam est recta HK parallela rectæ DE, erit FK ad KM ut DH ad HL; et est [5. h. lib. 1.] DH ad HL ut DG ad GL; quare erit FK ad KM ut DG ad GL: est autem EF ad LM ut FK ad KM, et FD ad LM ut DG ad GL; est igitur EF ad LM

LM ut DF ad LM; quare erit EF æqualis ipsi FD. \mathcal{Q} . \mathcal{Q} . V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est EF æqualis ipsi FD, erit EF ad LM ut FD ad LM: est autem FK ad KM ut EF ad LM, et DG ad GL ut FD ad LM; quare erit FK ad KM ut DG ad GL; et est [5. h. lib. 1.] DG ad GL ut DH ad HL; est igitur FK ad KM ut DH ad HL: et quoniam parallelæ sunt LM, DE, parallelæ erunt HK, DE. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. VII. Fig. 107. 108.

In recta AB sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, per puncta A, B, C ducantur AE, BF, CG, sibi invicem parallelæ, bifariam secetur DC in H, et a punctis D, H inflectantur DK, HK, ad punctum quodvis K in recta BF, occurratque DK rectæ AE in L, et occurrat HF rectæ CG in M; erit iuncta LM parallela rectæ AB.

Factum jam sit. Occurrat DK rectæ
CG

CG in N; et ducatur NO parallela rectæ AB, rectæ HK occurrens in O.

Quoniam parallelæ sunt LM, AB, erit CM ad MN ut DL ad LN, hoc est, ut DA ad AC; et est DA ad AC ut DB ad BC, hoc est, ut DK ad KN; quare erit CM ad MN ut DK ad KN: est autem CH ad ON ut CM ad MN, et HD ad ON ut DK ad KN; est igitur CH ad ON ut DH ad ON; quare erit CH æqualis ipsi HD. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est CH æqualis ipsi HD, erit CH ad ON ut DH ad ON: est autem CH ad ON ut CM ad MN; et est HD ad ON ut DK ad KN; quare erit CM ad MN ut DK ad KN. Quoniam vero est DK ad KN ut DB ad BC, hoc est, ut DA ad AC, hoc est, ut DL ad LN, erit CM ad MN ut DL ad LN; quare erit LM parallela rectæ AB. *Q. E. D.*

P R O P. VIII. *Fig. 109. 110.*

Sit triangulum ABC, et bifariam secetur BC
O
in

in D, et ducatur AE parallela rectæ BC, a punctis B, D inflectantur BF, DF, ad punctum quodvis F in AC, occurratque BF rectæ AE in G, et occurrat DF rectæ AB in H; in recta sunt puncta G, H, C.

Factum jam sit. Occurrat DF rectæ AE in K. Quoniam in recta sunt puncta G, H, C, et est AE parallela rectæ BC, erit DH ad HK ut DC ad GK, et est [5. h. lib. 1.] DH ad HK ut DF ad FK, erit CD ad KG ut DF ad FK: est autem BD ad KG ut DF ad FK; est igitur CD ad KG ut BD ad KG; quare erit CD æqualis ipsi BD. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est CD æqualis ipsi BD, erit CD ad KG ut BD ad KG, hoc est, ut DF ad FK; et est [5. h. lib. 1.] DH ad HK ut DF ad FK; quare erit CD ad KG ut DH ad HK; in recta igitur sunt puncta G, H, C. *Q. E. D.*

PROP.

P R O P. IX. Fig. III. II2.

Sit triangulum ABC, bifariam secetur BC in D, per punctum D ducatur quævis recta EF, rectis AB, AC occurrens in E, F, ducatur AG parallela rectæ BC, a punctis E, D inflectantur EH, DH, ad punctum quodvis H in AC, occurratque EH rectæ AG in K, et occurrat DH rectæ AB in L; in recta sunt puncta L, K, F.

Factum jam sit. Occurrat DH rectæ AG in M; per punctum M ducatur MN parallela rectæ EF, rectæ EH occurrens in N; occurrat LK rectæ BC in O; et occurrat EF rectæ AG in P.

Quoniam in recta sunt puncta L, K, F, erit DO ad PK ut DF ad FP; et est [5. h. lib. 1.] DF ad FP ut DE ad EP; quare erit DO ad PK ut DE ad EP; et, alternando, erit DO ad DE ut PK ad EP, hoc est, ut MK ad MN; quare erit DO ad MK ut DE ad MN: est autem DO ad MK ut DL ad LM, et est DE ad MN ut DH

O 2

ad

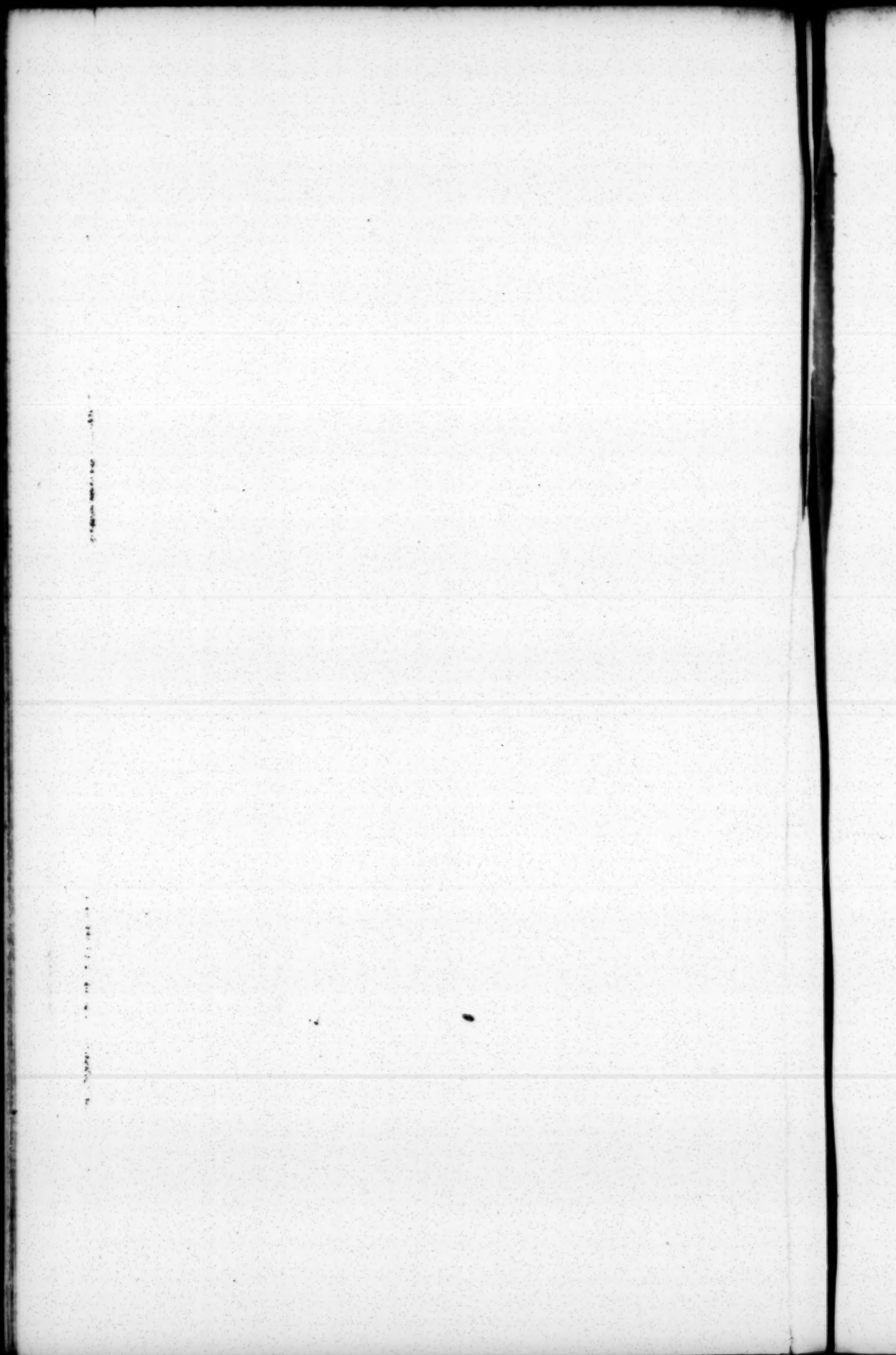
ad HM; quare erit DL ad LM ut DH ad HM. $\mathcal{Q}.$ $\mathcal{Q}.$ V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est DL ad LM ut DH ad HM, et est DL ad LM ut DO ad MK, et DH ad HM ut DE ad MN, erit DO ad MK ut DE ad MN; et, alternando, erit DO ad DE ut MK ad MN, hoc est, ut KP ad PE; quare erit DO ad KP ut ED ad EP; et est [5. h. lib. 1.] ED ad EP ut DF ad FP; quare erit DO ad KP ut DF ad FP; in recta igitur sunt puncta L, K, F. $\mathcal{Q}.$ E. D.

P R O P. X. Fig. 113. 114.

Sit triangulum ABC, bifariam secetur BC in D, ducatur AE parallela rectæ BC, in BC sumantur duo puncta F, G, sitque DF æqualis ipsi DG, a punctis F, D inflectantur FH, DH, ad punctum quodvis H in AC, occurratque FH rectæ AE in K, et occurrat DH rectæ AB in L; in recta sunt puncta L, K, G.

Factum



Factum jam fit. Occurrat DH rectæ AE in M. Quoniam in recta sunt puncta L, K, G, erit DG ad MK ut DL ad LM, et est [5. h. lib. 1.] DL ad LM ut DH ad HM, hoc est, ut FD ad MK, erit DG ad MK ut DF ad MK; æqualis igitur est GD ipsi DF. $\mathcal{Q} \mathcal{Q} V$.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est GD æqualis ipsi DF, erit GD ad MK ut DF ad MK, hoc est, ut DH ad HM; et est [5. h. lib. 1.] DH ad HM ut DL ad LM; quare erit GD ad MK ut DL ad LM; in recta igitur sunt puncta L, K, G. $\mathcal{Q} E. D.$

P R O P. XI. Fig. 115. 116.

Sit triangulum ABC, bifariam secetur BC in D, et ducatur AE parallela rectæ BC, per punctum D ducatur quævis recta DE, rectæ AE occurrens in E, in DE sumantur duo puncta F, G, sitque ut DG ad GE ita DF ad FE, a punctis F, D inflectantur FH, DH, ad punctum quodvis H in AC, occurratque FH rectæ AE in K, et occurrat DH rectæ AB

AB in L; in recta sunt puncta L, K, G.

Factum jam fit. Occurrat DH rectæ AE in M; et ducatur MN parallela rectæ DE, rectæ FH occurrens in M; et occurrat LK rectæ BC in O.

Quoniam in recta sunt puncta L, K, G, erit DO ad EK ut DG ad GE, hoc est, ut DF ad FE; et, alternando, erit DO ad DF ut KE ad EF, hoc est, ut KM ad MN; quare, alternando, erit DO ad MK ut DF ad MN: est autem DL ad LM ut DO ad MK, et DH ad HM ut DF ad MN; quare erit DL ad LM ut DH ad HM. Quod quidem [5. h. lib. 1.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [5. h. lib. 1.] DL ad LM ut DH ad HM, et est DL ad LM ut DO ad MK, et DH ad HM ut DF ad MN, erit DO ad MK ut DF ad MN; et, alternando, erit DO ad DF ut MK ad MN, hoc est, ut KE ad EF; quare erit DO ad KE ut DF ad FE, hoc est, ut DG ad GE; in recta igitur sunt puncta L, K, G. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XII. Fig. 117. 118.

In recta AB sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, per puncta A, B, C ducantur AE, BF, CH, sibi invicem parallelæ, et a punctis A, D inflectantur AK, DK, ad punctum quodvis K in recta BF, occurratque AK rectæ CH in L, et occurrat DK rectæ AE in M; in recta sunt puncta M, B, L.

Factum jam sit. Occurrat DK rectæ CH in N. Quoniam in recta sunt puncta M, B, L, erit AL ad LK ut AM ad BK, hoc est, ut AD ad DB: est autem AC ad CB ut AL ad LK; est igitur AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AC ad CB ut AD ad DB, et est AL ad LK ut AC ad CB, et AM ad KB ut AD ad DB, erit AL ad LK ut AM ad KB; in recta igitur sunt puncta M, B, L. *Q. E. D.*

PROP.

P R O P. XIII. Fig. 119. 120.

In recta AB sumantur duo puncta C, D, sitque ut CA ad AD ita CB ad BD, et per puncta A, B, C ducantur AE, BF, CG, sibi invicem parallelæ, in AB sumantur duo puncta H, K, sitque KD ad DH ut KC ad CH, a punctis H, D inflectantur HL, DL ad punctum quodvis L in BF, occurratque HL rectæ CG in M, et occurrat DL rectæ AE in N; in recta sunt puncta K, N, M.

Factum jam sit. Occurrat DL rectæ CG in O; per punctum O ducatur OP parallela rectæ AB, rectis HM, KM occurrens in P, Q.

Quoniam in recta sunt puncta K, N, M, erit OQ ad DK ut ON ad ND, hoc est, ut CA ad AD, hoc est, ut CB ad BD; et est CB ad BD ut OL ad LD, hoc est, ut OP ad DH; quare erit OQ ad DK ut OP ad DH; et, alternando, erit OQ ad OP ut DK ad DH: est autem OQ ad OP ut
CK

CK ad CH; est igitur CK ad CH ut KD ad DH. \mathcal{Q} . \mathcal{Q} . V.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est KC ad CH ut KD ad DH, et est OQ ad OP ut KC ad CH, erit QO ad OP ut KD ad DH; et, alternando, erit OQ ad DK ut OP ad DH: est autem OP ad HD ut OL ad LD, hoc est, ut CB ad BD, hoc est, ut CA ad AD; et est CA ad AD ut ON ad ND; quare erit OQ ad DK ut ON ad ND; in recta igitur sunt puncta K, N, M. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XIV. Fig. 121. 122.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et ducatur CE normalis rectæ AB, bifariam secetur CD in F, sit recta GH parallela rectæ AB, rectæ CE occurrens in H, a punctis D, F inflectantur DK, FK, ad punctum quodvis K in circulo, rectæ GH occurrentes in L, M, et occurrat DK circulo in N; erit rectangulum KLN ad
P *rectangulum*

*rectangulum KDN ut rectangulum LMH
ad quadratum ex DF.*

Factum jam fit. Occurrat FK rectæ CE
in O; et jungantur N, O.

Quoniam est rectangulum KLN ad re-
ctangulum KDN ut rectangulum LMH
ad quadratum ex DF, erit, alternando, re-
ctangulum KLN ad rectangulum LMH ut
rectangulum KDN ad quadratum ex DF;
et, invertendo, erit rectangulum LMH ad
rectangulum KLN ut quadratum ex DF ad
rectangulum KDN; et est rectangulum
KLN ad rectangulum NLM ut KL ad LM,
hoc est, ut KD ad DF, hoc est, ut rectan-
gulum KDN ad rectangulum NDF; quare,
ex æquo, erit rectangulum LMH ad re-
ctangulum NLM ut quadratum ex DF ad
rectangulum NDF: est autem rectangulum
LMH ad rectangulum NLM ut MH ad
LN, et quadratum ex DF ad rectangulum
NDF ut DF ad ND; quare erit MH ad
LN ut DF, vel FC, ad ND; et, alternan-
do, erit MH ad FC ut LN ad ND: est au-
tem HO ad OC ut MH ad FC; est igitur
OH ad OC ut LN ad ND: parallelæ au-
tem

tem sunt LH, DC; parallelæ igitur sunt NO, DC. Quod quidem [i. h.], ita se habet.

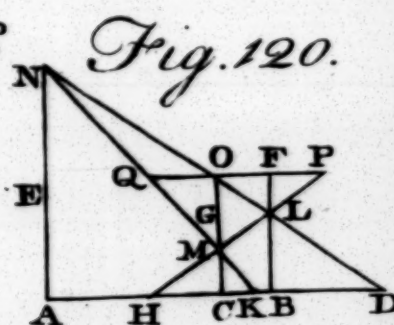
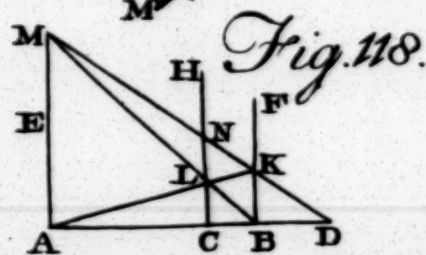
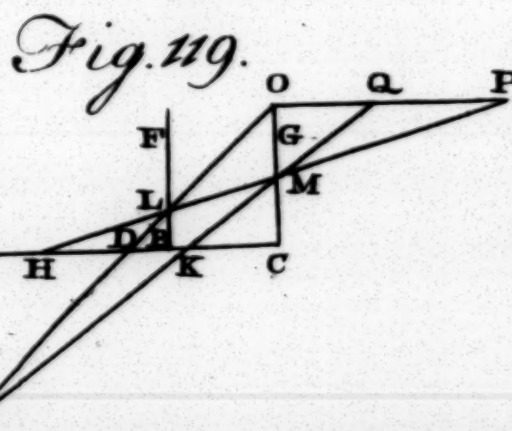
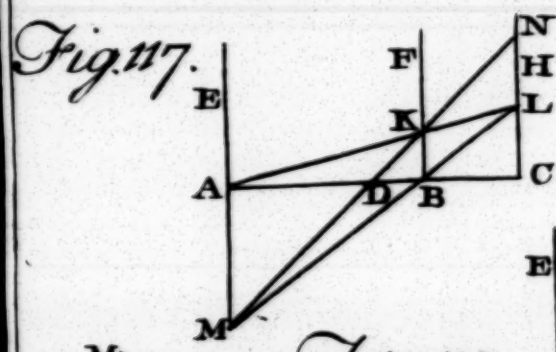
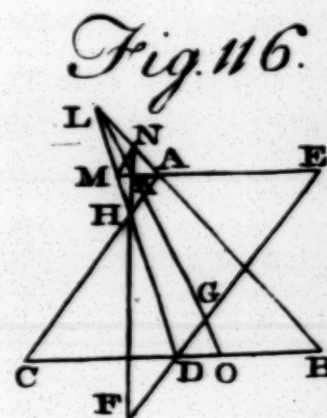
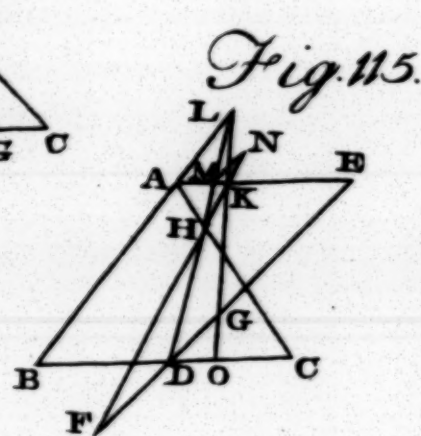
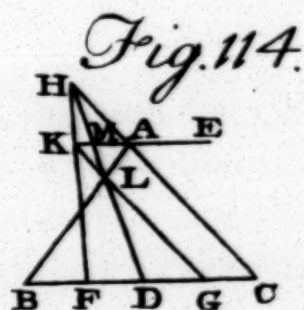
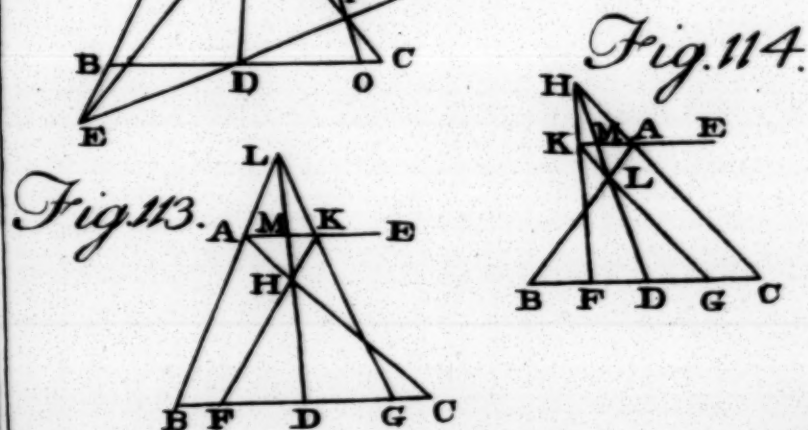
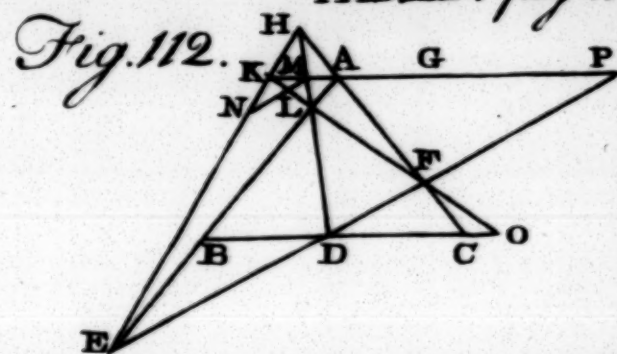
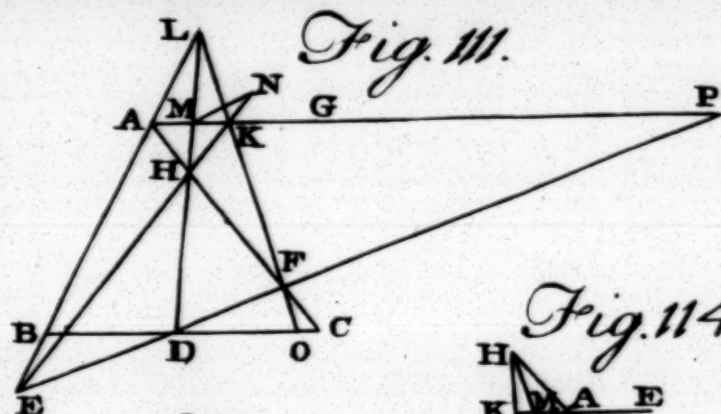
Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [i. h.] parallelæ sunt NO, DC, LH, erit LN ad ND ut HO ad OC, hoc est, ut MH ad FC, vel FD; et, alternando, erit LN ad MH ut ND ad DF: est autem rectangulum NLM ad rectangulum LMH ut NL ad MH, et rectangulum NDF ad quadratum ex DF ut ND ad DF; quare erit rectangulum NLM ad rectangulum LMH ut rectangulum NDF ad quadratum ex DF; et, alternando, erit rectangulum NLM ad rectangulum NDF ut rectangulum LMH ad quadratum ex DF. Quoniam vero est rectangulum NLM ad rectangulum KLN ut LM ad LK, hoc est, ut FD ad DK, hoc est, ut rectangulum NDF ad rectangulum KDN, erit rectangulum NLM ad rectangulum NDF ut rectangulum KLN ad rectangulum KDN; quare erit rectangulum KLN ad rectangulum KDN ut rectangulum LMH ad quadratum ex DF.

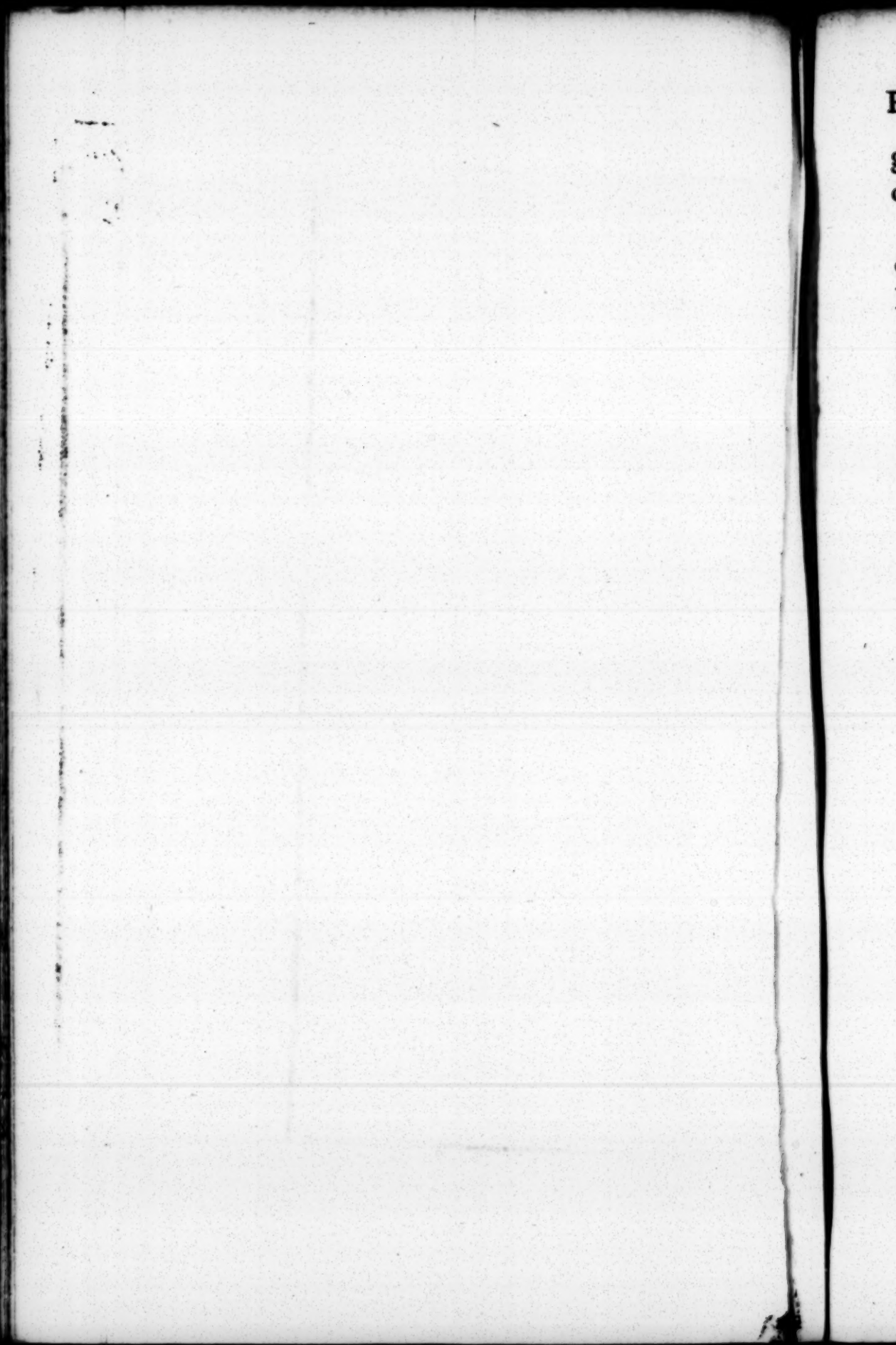
Q. E. D.

PROP. XV. Fig. 123. 124.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur CE normalis rectæ AB, bifariam secetur DC in F, et sit quævis recta GH parallela rectæ AB, circulo occurrens in G, H, et rectæ CE in K, a punctis D, F inflectantur DL, FL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ GH occurrentes in M, N; erit rectangulum GMH ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF.

Factum jam sit. Occurrat DL circulo in O. Quoniam est rectangulum GMH ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF, erit, alternando, rectangulum GMH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF: est autem rectangulum LMO æquale rectangulo GMH, et rectangulum LDO æquale rectangulo ADB; est igitur rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum





gulum MNK ad quadratum ex DF. Quod quidem [14. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [14. h.] rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF, et est rectangulum GMH æquale rectangulo LMO, et rectangulum ADB æquale rectangulo LDO, erit rectangulum GMH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF; et, alternando, erit rectangulum GMH ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF.
 Q. E. D.

P R O P. XVI. Fig. 125. 126.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur CE normalis rectæ AB, bifariam secetur DC in F, et sit recta GH parallela rectæ AB, circulum contingens in H, occurratque rectæ CE in K, a punctis D, F inflectantur DL, FL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ GH occurrentes in M, N;

M, N; erit quadratum ex HM ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF.

Factum jam fit. Occurrat DL circulo in O. Quoniam est quadratum ex MH ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF, alternando, erit quadratum ex MH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF: est autem rectangulum LMO æquale quadrato ex MH, et rectangulum LDO æquale rectangulo ADB; quare erit rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF. Quod quidem [14. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [14. h.] rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF, et est quadratum ex MH æquale rectangulo LMO, et rectangulum ADB æquale rectangulo LDO, erit quadratum ex MH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF; quare, alternando, erit quadratum ex MH
ad

ad rectangulum MNK ut rectangulum
ADB ad quadratum ex DF. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XVII. Fig. 127. 128.

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB,
et sit CE normalis rectæ AB, bifariam
secetur DC in F, et sit recta GH extra
circulum, et parallela rectæ AB, rectæ CE
occurrentes in K, sit L centrum circuli, et
ducatur LM normalis rectæ GH, ipsi oc-
currentes in M, et circulo in N, O, sitque
quadratum ex MG æquale rectangulo NMO,
et sit MH æqualis ipsi MG, a punctis
D, F inflectantur DP, FP, ad punctum
quodvis P in circulo, rectæ GH occurrentes
in Q, R; erit summa quadratorum ex GQ,
QH ad rectangulum QRK ut duplum re-
ctanguli ADB ad quadratum ex DF.*

Factum jam sit. Occurrat DP circulo in
S. Quoniam est summa quadratorum ex
GQ, QH ad rectangulum QRK ut duplum
rectanguli ADB ad quadratum ex DF, et
est

est summa quadratorum ex GQ , QH æqualis [15. h. lib. I.] duplo rectanguli PQS , erit duplum rectanguli PQS ad rectangulum QRK ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DF ; quare erit rectangulum PQS ad rectangulum QRK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF : est autem rectangulum ADB æquale rectangulo PDS ; quare erit rectangulum PQS ad rectangulum QRK ut rectangulum PDS ad quadratum ex DF ; et, alternando, erit rectangulum PQS ad rectangulum PDS ut rectangulum QRK ad quadratum ex DF . Quod quidem [14. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [14. h.] rectangulum PQS ad rectangulum PDS ut rectangulum QRK ad quadratum ex DF , erit duplum rectanguli PQS ad duplum rectanguli PDS ut rectangulum QRK ad quadratum ex DF : est autem summa quadratorum ex GQ , QH æqualis [15. h. lib. I.] duplo rectanguli PQS , et est duplum rectanguli ADB æquale duplo rectanguli PDS ; quare erit summa quadratorum ex GQ , QH ad duplum rectanguli ADB ut rectangulum

gulum QRK ad quadratum ex DF; et, alternando, erit summa quadratorum ex GQ, QH ad rectangulum QRK ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DF.
 \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XVIII. Fig. 129. 130.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit CE normalis rectæ AB, ducatur DF, rectæ CE occurrens in F, bifariam secetur DF in G, et sit quævis recta HK parallela rectæ DF, rectæ CE occurrens in K, a punctis D, G inflectantur DL, GL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ HK occurrentes in M, N, et occurrat DL circulo in O; erit rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DG.

Factum jam fit. Occurrat GL rectæ CE in P; et jungantur O, P. Quoniam est rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DG,
 \mathcal{Q} alternando,

alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum MNK ut rectangulum LDO ad quadratum ex DG; et, invertendo, erit rectangulum MNK ad rectangulum LMO ut quadratum ex DG ad rectangulum LDO: est autem rectangulum LMO ad rectangulum OMN ut LM ad MN, hoc est, ut LD ad DG, hoc est, ut rectangulum LDO ad rectangulum ODG; quare, ex æquo, erit rectangulum MNK ad rectangulum OMN ut quadratum ex DG ad rectangulum ODG. Quoniam vero est rectangulum MNK ad rectangulum OMN ut KN ad MO, et quadratum ex DG ad rectangulum ODG ut DG ad DO, erit KN ad MO ut DG ad DO; et, alternando, erit KN ad DG ut MO ad OD: est autem KN ad DG, vel GF, ut KP ad PF; est igitur MO ad OD ut KP ad PF: parallelæ autem sunt rectæ MN, DF; parallelæ igitur sunt rectæ OP, DF. Quod quidem [2. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [2. h.] parallelæ sunt rectæ MN, OP, DF, erit KP ad PF ut MO ad OD: est autem KN ad GF, vel GD, ut KP

KP ad PF ; est igitur KN ad GF ut MO ad OD ; et, alternando, erit KN ad MO , ut GF ad OD . Quoniam vero est KN ad MO ut rectangulum MNK ad rectangulum OMN , et GF , vel GD , ad OD ut quadratum ex GD ad rectangulum ODG , erit rectangulum MNK ad rectangulum OMN ut quadratum ex DG ad rectangulum ODG : est autem rectangulum OMN ad rectangulum LMO ut MN ad ML , hoc est, ut GD ad DL , hoc est, ut rectangulum ODG ad rectangulum LDO ; quare, ex æquo, erit rectangulum MNK ad rectangulum LMO ut quadratum ex DG ad rectangulum LDO ; et, invertendo, erit rectangulum LMO ad rectangulum MNK ut rectangulum LDO ad quadratum ex DG ; quare, alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DG . *Q. E. D.*

P R O P. XIX. Fig. 131. 132.

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
 C, D , sitque ut AC ad CB ita AD ad DB ,*

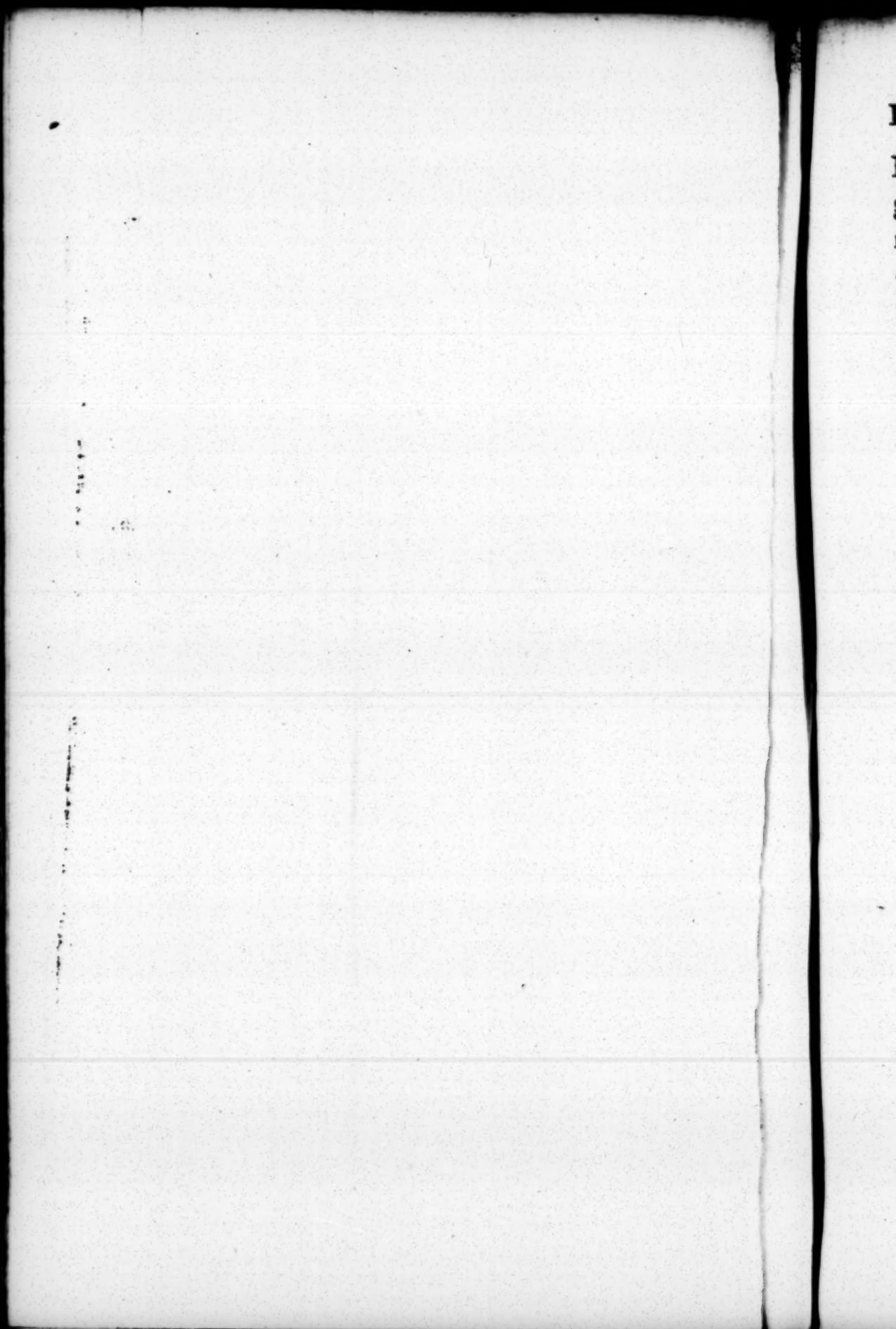
Q 2

et

et sit CE normalis rectæ AB, ducatur quævis recta DF, rectæ CE occurrens in F, bifariam secetur DF in G, et sit quævis recta HK parallela rectæ DF, circulo occurrens in H, K, et rectæ CE in L, a punctis D, G inflectantur DM, GM, ad punctum quodvis M in circulo, rectæ HK occurrentes in N, O; erit rectangulum HNK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG.

Factum jam sit. Occurrat DM circulo in P. Quoniam est rectangulum HNK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG, erit, alternando, rectangulum HNK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG: est autem rectangulum PNM æquale rectangulo HNK, et est rectangulum PDM æquale rectangulo ADB; quare erit rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG. Quod quidem [18. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [18. h.] rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum
NOL



NOL ad quadratum ex DG, et est rectangulum HNK æquale rectangulo PNM, et rectangulum ADB æquale rectangulo PDM, erit rectangulum HNK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG; et, alternando, erit rectangulum HNK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG. *Q. E. D.*

P R O P. XX. Fig. 133. 134.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit CE normalis rectæ AB, ducatur quævis recta DF, rectæ CE occurrens in F, bifariam secetur DF in G, sit recta HK parallela rectæ DF, circulum contingens in K, et rectæ CE occurrens in L, a punctis D, G inflectantur DM, GM, ad punctum quodvis M in circulo, rectæ HK occurrentes in N, O; erit quadratum ex NK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG.

Factum jam sit. Occurrat DM circulo
in

in P. Quoniam est quadratum ex NK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG, erit, alternando, quadratum ex NK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG: est autem rectangulum PNM æquale quadrato ex NK, et rectangulum PDM æquale rectangulo ADB; quare erit rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG. Quod quidem [18. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [18. h.] rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG, et est quadratum ex NK æquale rectangulo PNM, et rectangulum ADB æquale rectangulo PDM, erit quadratum ex NK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG; et, alternando, erit quadratum ex NK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG.
Q. E. D.

PROP.

P R O P. XXI. Fig. 135. 136.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur CE normalis rectæ AB, et ducatur DF, rectæ CE occurrens in F, bifariam secetur DF in G, sit recta HK extra circulum parallela rectæ DF, rectæ CE occurrens in L, sit M centrum circuli, et ducatur MN normalis rectæ HK, ipsi occurrens in N, et circulo in O, P, sitque quadratum ex NH aequale rectangulo ONP, et sit NK aqualis ipsi NH, a punctis D, G inflectantur DQ, GQ, ad punctum quodvis Q in circulo, rectæ HK occurrentes in R, S; erit summa quadratorum ex RH, RK ad rectangulum RSL, ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DG.

Factum jam sit. Occurrat DQ circulo in T. Quoniam est summa quadratorum ex RH, RK ad rectangulum RSL ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DG, erit, alternando, summa quadratorum

ex

ex RH, RK ad duplum rectanguli ADB ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG : est autem summa quadratorum ex RH, RK equalis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli QRT, et est duplum rectanguli ADB æquale duplo rectanguli QDT ; quare erit duplum rectanguli QRT ad duplum rectanguli QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG ; erit igitur rectangulum QRT ad rectangulum QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG. Quod quidem [18. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [18. h.] rectangulum QRT ad rectangulum QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG, erit duplum rectanguli QRT ad duplum rectanguli QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG : est autem summa quadratorum ex RH, RK æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli QRT, et est duplum rectanguli ADB æquale duplo rectanguli QDT ; quare erit summa quadratorum ex RH, RK ad duplum rectanguli ADB ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG ; et, alternando, erit summa quadratorum ex RH, RK ad rectangulum

ctangulum RSL ut duplum rectanguli ADB
ad quadratum ex DG. *Q. E. D.*

P R O P. XXII. *Fig. 137. 138.*

*Sit AB diameter circuli, et recta CD ipsi
normalis, circulo occurrens in C, D, et re-
ctæ AB in E, et sit F punctum quodvis in
AB, sitque ut AF ad FE ita rectangulum
EAB ad rectangulum FEG, a punctis A,
F inflectantur AH, FH, ad punctum quod-
vis H in circulo, rectæ CD occurrentes in
K, L; erit KL ad LE ut rectangulum
CKD ad rectangulum FEG.*

Factum jam fit. Ducatur AM paral-
lela rectæ EC, rectæ FH occurrens in
M; et jungantur B, H. Quoniam est
KL ad LE ut rectangulum CKD ad rectan-
gulum FEG, erit, invertendo, LE ad KL
ut rectangulum FEG ad rectangulum CKD.
Quoniam est KL ad AM ut KH ad HA,
hoc est, ut rectangulum AKH ad rectangu-
lum HAK, et est rectangulum AKH æqua-
le rectangulo CKD, et rectangulum HAK
æquale rectangulo EAB, (quoniam recti
R sunt

funt anguli AHB, AEK), erit KL ad AM ut rectangulum CKD ad rectangulum EAB; quare, ex æquo, erit LE ad AM ut rectangulum FEG ad rectangulum EAB; et, invertendo, erit AM ad EL ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG: est autem AF ad FE ut AM ad EL; est igitur AF ad FE ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG. Quod quidem ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AF ad FE ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG, et est AM ad EL ut AF ad FE, erit AM ad EL ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG; et, invertendo, erit EL ad AM ut rectangulum FEG ad rectangulum EAB. Quoniam vero est AM ad KL ut AH ad HK, hoc est, ut rectangulum HAK ad rectangulum AKH, et est rectangulum HAK æquale rectangulo EAB, (quoniam recti sunt anguli AHB, AEK), et rectangulum AKH æquale rectangulo CKD, erit AM ad KL ut rectangulum EAB ad rectangulum CKD; quare erit EL ad LK ut rectangulum FEG ad rectangulum CKD; et, invertendo, erit
KL

KL ad LE ut rectangulum CKD ad rectangulum FEG. 2. E. D.

P R O P. XXIII. Fig. 139. 140.

Sit AB diameter circuli, et ducatur BC, circumulum contingens in B, et in AB sumatur punctum quodvis D, et fit ut BD ad DA ita EB ad BA, a punctis A, D inflectantur AF, DF, ad punctum quodvis F in circumulo, rectæ BC occurrentes in G, H; erit GH ad HB ut quadratum ex BG ad rectangulum ABE.

Factum jam fit. Ducatur AK parallela rectæ BC, rectæ DF occurrens in K; et jungantur B, F.

Quoniam est GH ad HB ut quadratum ex BG ad rectangulum ABE, erit, invertendo, BH ad HG ut rectangulum ABE ad quadratum ex BG. Quoniam vero est GH ad AK ut GF ad FA, hoc est, ut rectangulum AGF ad rectangulum GAF; et est rectangulum AGF æquale quadrato ex BG, et rectangulum GAF æquale quadrato ex AB,

R 2

(quoniam

(quoniam recti sunt anguli AFB, ABG), erit GH ad AK ut quadratum ex BG ad quadratum ex AB; et fuit BH ad HG ut rectangulum ABE ad quadratum ex BG; quare, ex æquo, erit BH ad AK ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB: est autem BH ad AK ut BD ad DA, et rectangulum ABE ad quadratum ex AB ut EB ad BA; est igitur BD ad DA ut EB ad BA. Quod quidem ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est BD ad DA ut EB ad BA, et est BD ad DA ut BH ad AK, et EB ad BA ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB, erit BH ad AK ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB. Quoniam vero est AK ad GH ut AF ad FG, hoc est, ut rectangulum FAG ad rectangulum AGF, et est rectangulum FAG æquale quadrato ex AB, (quoniam recti sunt anguli AFB, ABG), et rectangulum AGF æquale quadrato ex BG, erit AK ad GH ut quadratum ex AB ad quadratum ex BG: quoniam est BH ad AK ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB, et AK

ad

Fig. 129. Fig. 130.

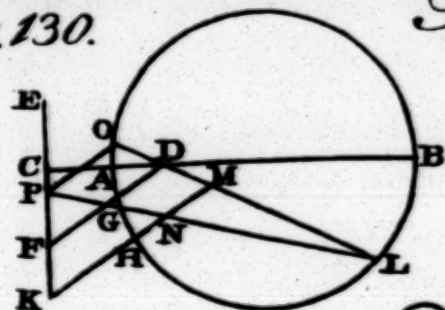
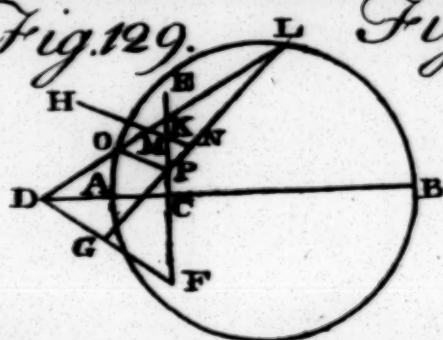


Fig. 131.

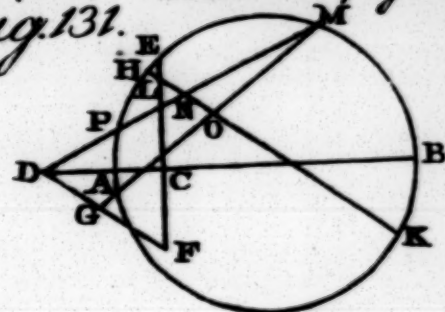


Fig. 132.

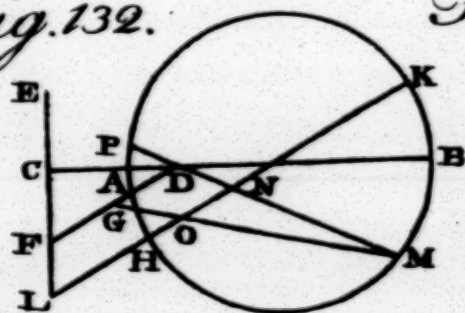


Fig. 133.

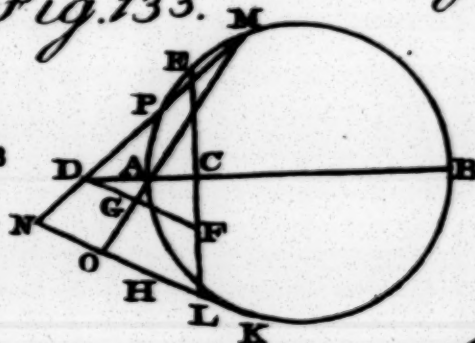


Fig. 134.

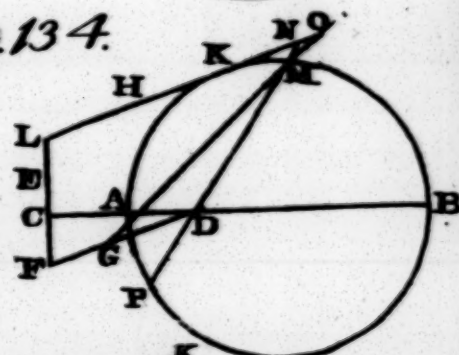


Fig. 135.

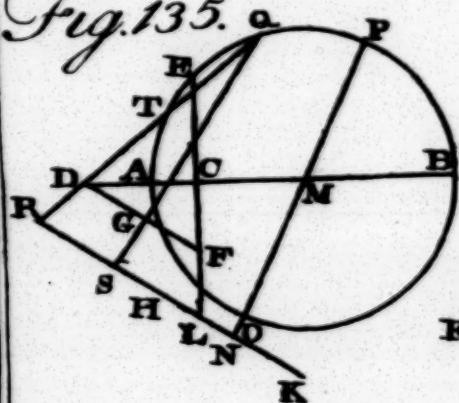
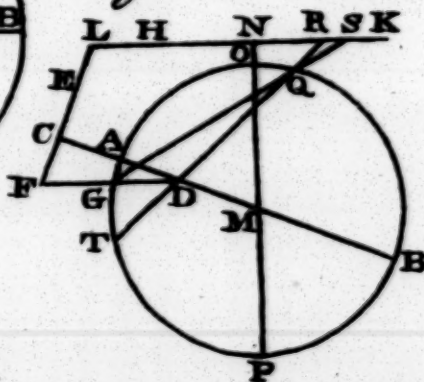


Fig. 136.



ad GH ut quadratum ex AB ad quadratum ex BG, erit, ex æquo, BH ad HG ut rectangulum ABE ad quadratum ex BG; et, invertendo, erit GH ad HB ut quadratum ex BG ad rectangulum ABE. *Q. E. D.*

P R O P. XXIV. *Fig. 141. 142.*

Sit AB diameter circuli, et recta CD ipsi normalis, rectæ AB occurrens in puncto D extra circum, in CD sumatur punctum E, sitque quadratum ex DE æquale rectangulo ADB, producatu ED ad F, ut sit DF æqualis ipsi DE, et sit G punctum quodvis in recta AB, sitque ut AG ad GD ita rectangulum BAD ad rectangulum GDH, a punctis A, G inflectantur AK, GK, ad punctum quodvis K in circulo, rectæ CD occurrentes in L, M; erit LM ad MD ut summa quadratorum ex LE, LF ad duplum rectanguli GDH.

Factum jam sit. Ducatur AN parallela rectæ CD, rectæ GK occurrens in N; et jungantur B, K.

Quoniam

Quoniam est LM ad MD ut summa quadratorum ex LE, LF ad duplum rectanguli GDH, et est summa quadratorum ex LE, LF æqualis [15. h. lib. I.] duplo rectanguli ALK, erit LM ad MD ut duplum rectanguli ALK ad duplum rectanguli GDH, hoc est, ut rectangulum ALK ad rectangulum GDH; et, invertendo, erit DM ad ML ut rectangulum GDH ad rectangulum ALK. Quoniam vero est ML ad AN ut LK ad KA, hoc est, ut rectangulum ALK ad rectangulum KAL, et est rectangulum KAL æquale rectangulo BAD, (quoniam recti sunt anguli AKB, ADL), erit ML ad AN ut rectangulum ALK ad rectangulum BAD: quoniam est DM ad ML ut rectangulum GDH ad rectangulum ALK, et ML ad AN ut rectangulum ALK ad rectangulum BAD, erit, ex æquo, DM ad AN ut rectangulum GDH ad rectangulum BAD; et, invertendo, erit AN ad DM ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH: est autem GA ad GD ut AN ad DM; est igitur AG ad GD ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH. Quod quidem ita se habet.

Componetur

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est AG ad GD ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH, et est AG ad GD ut AN ad DM, erit AN ad DM ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH; et, invertendo, erit DM ad AN ut rectangulum GDH ad rectangulum BAD. Quoniam vero est AN ad ML ut AK ad KL, hoc est, ut rectangulum KAL ad rectangulum ALK, et est rectangulum KAL, æquale rectangulo BAD, (quoniam recti sunt anguli AKB, ADL), erit AN ad ML ut rectangulum BAD ad rectangulum ALK. Quoniam est DM ad AN ut rectangulum GDH ad rectangulum BAD, et AN ad ML ut rectangulum BAD ad rectangulum ALK, erit, ex æquo, DM ad ML ut rectangulum GDH ad rectangulum ALK, hoc est, ut duplum rectanguli GDH ad duplum rectanguli ALK: est autem [15. h. lib. 1.] duplum rectanguli ALK æquale summæ quadratorum ex LE, LF; quare erit DM ad ML ut duplum rectanguli GDH ad summam quadratorum ex LE, LF; et, invertendo, erit LM ad MD ut summa quadratorum ex LE, LF ad duplum rectanguli GDH. *Q. E. D.*

P R O P.

P R O P. XXV. Fig. 143. 144.

Sit recta AB circulo occurrens in A, B, sit C centrum circuli, et ducatur CD normalis rectæ AB, ipsi occurrens in D, et ducatur quævis recta BE, rectæ CD occurrens in E, et circulo in F, et sit BF ad BG ut FE ad EB, a punctis E, F inflectantur EH, FH, ad punctum quodvis H in circulo, rectæ AB occurrentes in K, L; erit LK ad KA ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG.

Factum jam sit. Occurrat recta CD circulo in M, N; et in MN sumatur punctum O, ut sit MO ad ON ut ME ad EN; et ducatur OP parallela rectæ AB, rectæ EH occurrens in Q; occurratque EH circulo in R; et occurrat FH rectæ OP in S; jungantur R, S; et ducatur ET parallela rectæ AB, rectæ FH occurrens in T.

Quoniam est LK ad KA ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG, erit rectangulum BKL ad rectangulum BKA ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG: est autem

tem rectangulum RKH æquale rectangulo BKA; quare erit rectangulum BKL ad rectangulum RKH ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG. Quoniam vero est rectangulum ET, BK ad rectangulum BKL ut ET ad KL, hoc est, ut EH ad HK, hoc est, ut rectangulum EH, RK ad rectangulum RKH, alternando, erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut rectangulum BKL ad rectangulum RKH; quare erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG: et quoniam est quadratum ex BL ad rectangulum BL, ET ut BL ad ET, hoc est, ut BF ad FE, hoc est, ut BG ad EB, hoc est, ut rectangulum FBG ad rectangulum EBF, alternando, erit quadratum ex BL ad rectangulum FBG ut rectangulum BL, ET ad rectangulum FBE: est autem rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG; quare erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut rectangulum BL, ET ad rectangulum FBE; et, alternando, erit rectangulum ET, BK ad rectan-

S gulum

gulum BL, ET ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE : quoniam vero est BL ad ET ut BF ad FE, hoc est, ut rectangulum FBE ad rectangulum BEF, vel REH, et est ET ad QS ut EH ad HQ, hoc est [3. h. lib. 1.], ut ER ad RQ, hoc est, ut rectangulum REH ad rectangulum EH, RQ, erit, ex æquo, BL ad QS ut rectangulum FBE ad rectangulum EH, RQ. Quoniam est BK ad BL ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE, et est BL ad QS ut rectangulum FBE ad rectangulum EH, RQ, erit BK ad QS ut rectangulum EH, RK ad rectangulum EH, RQ, hoc est, ut RK ad RQ; in recta igitur sunt puncta R, S, B. Quod quidem [4. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [4. h.] in recta sunt puncta R, S, B, erit BK ad QS ut KR ad RQ, hoc est, ut rectangulum EH, RK ad rectangulum EH, RQ. Quoniam vero est QS ad ET ut QH ad HE, hoc est [3. h. lib. 1.], ut QR ad RE, hoc est, ut rectangulum EH, RQ ad rectangulum HER, vel BEF; et est ET ad BL ut EF ad FB, hoc

hoc est, ut rectangulum FEB, ad rectangulum EBF, erit QS ad BL ut rectangulum EH, RQ ad rectangulum FBE. Quoniam est BK ad QS ut rectangulum EH, RK ad rectangulum EH, RQ, et est QS ad BL ut rectangulum EH, RQ ad rectangulum FBE, erit, ex æquo, BK ad BL ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE, hoc est, erit rectangulum ET, BK ad rectangulum ET, BL ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE; et, alternando, erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut rectangulum ET, BL ad rectangulum FBE. Quoniam vero est rectangulum ET, BL ad quadratum ex BL ut ET ad BL, hoc est, ut EF ad FB, hoc est, ut EB ad BG, hoc est, ut rectangulum FBE ad rectangulum FBG, erit, alternando, rectangulum ET, BL ad rectangulum FBE ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG; quare erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG: est autem rectangulum ET, BK ad rectangulum BKL ut ET ad KL, hoc est, ut EH ad HK, hoc est, ut rectangulum

EH, RK ad rectangulum RKH; erit igitur, alternando, rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut rectangulum BKL ad rectangulum RKH; quare erit rectangulum BKL ad rectangulum RKH ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG. Quoniam vero est rectangulum RKH æquale rectangulo BKA, erit LK ad KA ut rectangulum BKL ad rectangulum RKH; quare erit LK ad KA ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG. *Q. E. D.*

P R O P. XXVI. *Fig. 145.*

Sit AB diameter circuli, cujus centrum est C, et ducatur quævis recta BD, circulo occurrens in D, a punctis A, C inflectantur AE, CE, ad punctum quodvis E in circulo, rectæ BD occurrentes in F, G; erit FG ad GD ut quadratum ex BF ad quadratum ex AB.

Factum jam fit. Ducatur CH parallela rectæ BD, rectæ AE occurrens in H; et jungantur D, E.

Quoniam est FG ad GD ut quadratum ex BF
BF

BF ad quadratum ex AB, et est FG ad GD ut quadratum ex FG ad rectangulum FGD, et quadratum ex BF ad quadratum ex BA ut quadratum ex CH ad quadratum ex CA, vel CE, hoc est, ut quadratum ex FG ad quadratum ex GE, erit quadratum ex FG ad rectangulum FGD ut quadratum ex FG ad quadratum ex GE; est igitur rectangulum FGD æquale quadrato ex GE; quare erit DG ad GE ut GE ad GF; æquiangula igitur sunt triangula DGE, FGE; quare erit angulus GEF æqualis angulo FDE, hoc est, angulo CAE; est igitur angulus AEC æqualis angulo CAE. *Q. Q. V.*

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est angulus AEC æqualis angulo CAE, hoc est, angulo FDE, erit angulus GEF æqualis angulo FDE; quare (ob communem angulum DGE) æquiangula sunt triangula DGE, FGE; quare erit DG ad GE ut GE ad GF; est igitur rectangulum DGF æquale quadrato ex GE; erit igitur quadratum ex GF ad rectangulum DGF ut quadratum ex FG ad quadratum ex GE: est autem FG ad GD ut quadratum ex FG ad rectangulum

lum DGF, et est quadratum ex FG ad quadratum ex GE ut quadratum ex CH ad quadratum ex CE, vel CA, hoc est, ut quadratum ex FB ad quadratum ex BA; est igitur FG ad GD ut quadratum ex BF ad quadratum ex BA. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XXVII. Fig. 146. 147.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit recta EF normalis rectae AB, ipsi occurrens in E, et in DE sumatur punctum G, ut sit DG ad GC ut DE ad EC, sitque quadratum ex EG ad quadratum ex DG ut quadratum ex EH ad rectangulum ADB, a punctis D, G inflectantur DK, GK, ad punctum quodvis K in circulo, rectae EF occurrentes in L, M, et occurrat DK circulo in N; erit rectangulum ELM ad rectangulum KLN ut quadratum ex EM ad quadratum ex EH.

Factum jam sit. Ducatur CO parallela rectae EF, rectis DK, GK occurrens in O, P;

O, P; et ducatur DQ parallela rectæ EF, rectæ GK occurrens in Q.

Quoniam est rectangulum ELM ad rectangulum KLN ut quadratum ex EM ad quadratum ex EH, erit, alternando, rectangulum ELM ad quadratum ex EM ut rectangulum KLN ad quadratum ex EH: est autem quadratum ex EM ad quadratum ex DQ ut quadratum ex EG ad quadratum ex DG, hoc est, ut quadratum ex EH ad rectangulum ADB; est igitur rectangulum ELM ad quadratum ex DQ ut rectangulum KLN ad rectangulum ADB; et est quadratum ex DQ ad rectangulum DQ, LM ut DQ ad LM, hoc est, ut DK ad KL, hoc est, ut rectangulum DK, NL ad rectangulum KLN; quare erit rectangulum ELM ad rectangulum DQ, LM ut rectangulum DK, NL ad rectangulum ADB, hoc est, erit EL ad DQ ut rectangulum DK, NL ad rectangulum ADB; est vero DQ ad OP ut DK ad KO, hoc est [3. h. lib. 1.], ut DN ad NO, hoc est, ut rectangulum KDN, vel ADB, ad rectangulum DK, NO; quare, ex æquo, erit EL ad OP ut rectangulum DK, NL ad rectangulum DK, NO, hoc est,

est, ut LN ad NO; in recta igitur sunt puncta E, P, N. Quod quidem [4. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [4. h.] in recta sunt puncta E, P, N, erit EL ad OP ut LN ad NO, hoc est, ut rectangulum DK, LN ad rectangulum DK, NO; et est OP ad DQ ut KO ad KD, hoc est [3. h. lib. 1.], ut ON ad ND, hoc est, ut rectangulum DK, NO ad rectangulum KDN, vel ADB; quare erit EL ad DQ ut rectangulum DK, LN ad rectangulum ADB; hoc est, erit rectangulum ELM ad rectangulum DQ, LM ut rectangulum DK, LM ad rectangulum ADB: est autem rectangulum DQ, LM ad quadratum ex DQ ut LM ad DQ, hoc est, ut KL ad KD, hoc est, ut rectangulum KLN ad rectangulum DK, LN; est igitur, ex æquo, perturbate, rectangulum ELM ad quadratum ex DQ ut rectangulum KLN ad rectangulum ADB; et est quadratum ex DQ ad quadratum ex EM ut quadratum ex DG ad quadratum ex GE, hoc est, ut rectangulum ADB ad quadratum ex EH; quare erit, ex æquo, rectangulum

rectangulum ELM ad quadratum ex EM ut
rectangulum KLN ad quadratum ex EH;
et, alternando, erit rectangulum ELM ad
rectangulum KLN ut quadratum ex EM ad
quadratum ex EH. \mathcal{Q} ; E. D.

P R O P. XXVIII. Fig. 148. 149.

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB,
et sit quævis recta EF normalis rectæ AB,
ipsi occurrens in E, et circulo in F, G, in
AB sumatur punctum H, ut sit DH ad
HC ut DE ad EC, sitque rectangulum
ADB ad quadratum ex EK ut quadratum
ex DH ad quadratum ex HE, a punctis
D, H inflectantur DL, HL, ad quodvis
punctum L in circulo, rectæ FG occurrentes
in M, N; erit rectangulum EMN ad re-
ctangulum FMG ut quadratum ex EN ad
quadratum ex EK.*

Factum jam sit. Occurrat DL circulo
in O. Quoniam est rectangulum EMN ad
rectangulum FMG ut quadratum ex EN
ad quadratum ex EK, et est rectangulum

T

1 MG

FMG æquale rectangulo LMO, erit rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK. Quod [27. h.] quidem ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [27. h.] est rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK, et est rectangulum LMO æquale rectangulo FMG, erit rectangulum EMN ad rectangulum FMG ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK. *Q. E. D.*

P R O P. XXIX. Fig. 150. 151.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit recta EF normalis rectæ AB, ipsi occurrens in puncto E extra circulum, et sit quadratum ex EF æquale rectangulo AEB, producatu EF ad G, ut sit EG æqualis ipsi EF, in AB sumatur punctum H, ut sit DH ad HC ut DE ad EC, sitque quadratum ex EK ad rectangulum ADB ut quadratum ex EH ad quadratum ex HD,

a punctis D, H inflectantur DL, HL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ FG occurrentes in M, N; erit rectangulum EMN ad summam quadratorum ex MF, MG ut quadratum ex EN ad duplum quadrati ex EK.

Factum jam sit. Occurrat DL circulo in O. Quoniam est rectangulum EMN ad summam quadratorum ex MF, MG ut quadratum ex EN ad duplum quadrati ex EK, et est summa quadratorum ex MF, MG æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli LMO, erit rectangulum EMN ad duplum rectanguli LMO ut quadratum ex EN ad duplum quadrati ex EK; quare erit rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK. Quod quidem [27. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [27. h.] est rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK, erit rectangulum EMN ad duplum rectanguli LMO ut quadratum ex EN ad duplum

quadrati ex EK : est autem [15, h. lib. I.]
duplum rectanguli LMO æquale summæ
quadratorum ex MF, MG ; est igitur re-
ctangulum EMN ad summam quadratorum
ex MF, MG ut quadratum ex EN ad du-
plum quadrati ex EK. *Q. E. D.*

P R O P. XXX. Fig. 152.

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB,
sit punctum C extra circulum, et ducatur
DE normalis rectæ AB, circulo occurrens
in E, et jungantur C, E, sit quavis recta
FG parallela rectæ DE, rectis AB, CE
occurrens in F, G, a punctis C, D infle-
ctantur CH, DH, ad punctum quodvis H in
circulo, rectæ FG occurrentes in K, L ; e-
rit quadratum ex FL ad quadratum ex FK
ut summa quadratorum ex FL, GE ad qua-
dratum ex FG.*

Factum jam fit. Ducatur CM parallela
rectæ DE, rectæ DH occurrens in M ; oc-
currat CH rectæ DE in N, et circulo in O ;
et occurrat ED circulo in P.

Quoniam

Fig. 139.

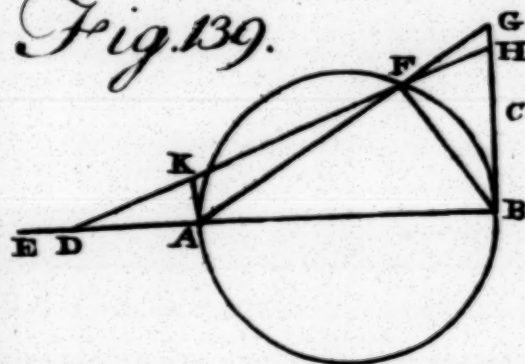


Fig. 140.

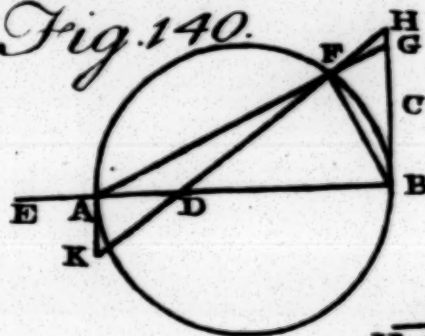


Fig. 141.

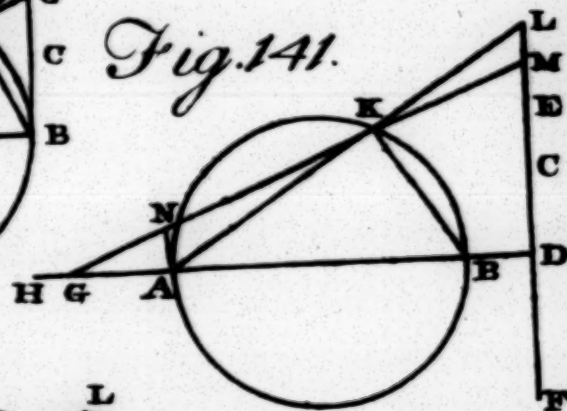


Fig. 142.

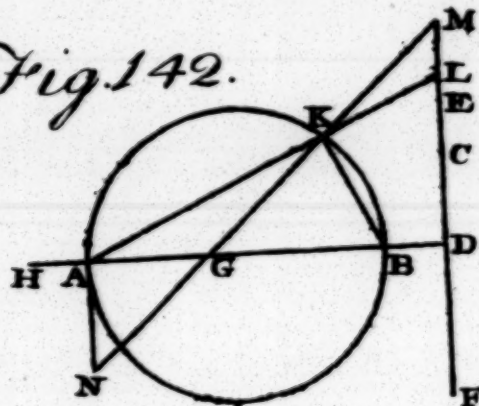


Fig. 143.

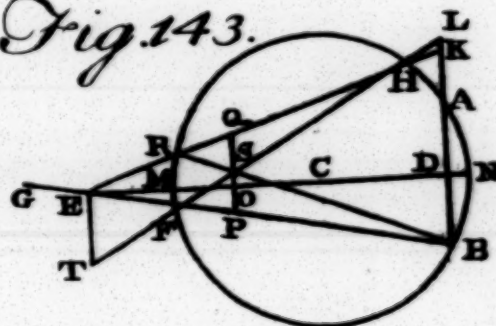


Fig. 144.

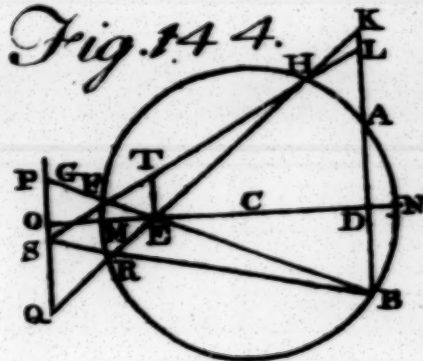


Fig. 145.

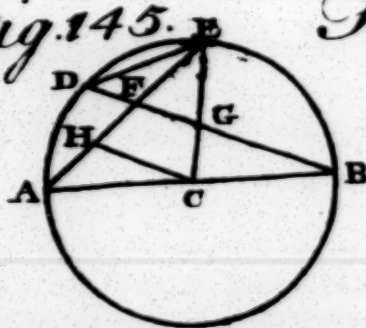


Fig. 146.

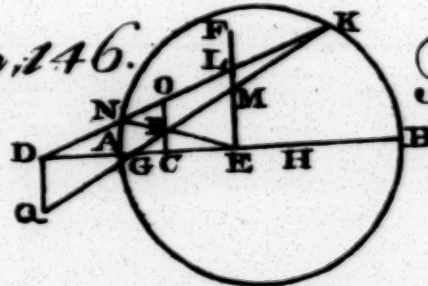
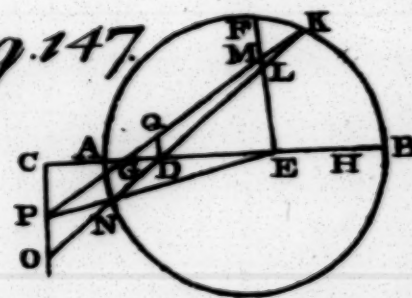


Fig. 147.



F

c

I

c

s

c

Quoniam est quadratum ex FL ad quadratum ex FK ut summa quadratorum ex FL, GE ad quadratum ex FG, alternando, erit quadratum ex FL ad summam quadratorum ex FL, GE ut quadratum ex FK ad quadratum ex FG; et, invertendo, erit summa quadratorum ex FL, GE ad quadratum ex FL ut quadratum ex FG ad quadratum ex FK, hoc est, ut quadratum ex DE ad quadratum ex DN; quare, dividendo, erit quadratum ex GE ad quadratum ex FL ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN. Quoniam est GE ad EC ut FD ad DC, hoc est, ut FL ad CM, alternando, erit GE ad FL ut CE ad CM; quare erit quadratum ex GE ad quadratum ex FL ut quadratum ex CE ad quadratum ex CM: est autem quadratum ex GE ad quadratum ex FL ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN; est igitur quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN. Quoniam vero [20. h. lib. 1.] contingit CE circulum in E, erit quadratum ex CE æquale rectangulo OCH, et est rectangulum ENP æquale rectangulo ONH, erit rectangulum OCH ad quadratum

quadratum ex CM ut rectangulum ONH ad quadratum ex DN; et est quadratum ex CM ad quadratum ex CH ut quadratum ex DN ad quadratum ex NH; erit igitur, ex æquo, rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut rectangulum ONH ad quadratum ex NH: est autem rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut OC ad CH; et est rectangulum ONH ad quadratum ex NH ut ON ad NH; quare erit OC ad CH ut ON ad NH. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [3. h. lib. 1.] OC ad CH ut ON ad NH, et est rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut OC ad CH, et rectangulum ONH ad quadratum ex NH ut ON ad NH, erit rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut rectangulum ONH ad quadratum ex NH; et est quadratum ex CH ad quadratum ex CM ut quadratum ex NH ad quadratum ex DN; erit, ex æquo, rectangulum OCH ad quadratum ex CM ut rectangulum ONH ad quadratum ex DN: quoniam vero [20. h. lib. 1.] contingit CE circulum in E, erit
rectangulum

rectangulum OCH æquale quadrato ex CE, et est rectangulum ONH æquale rectangulo ENP, erit quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN. Quoniam est CE ad EG ut CD ad DF, hoc est, ut CM ad FL, alternando, erit CE ad CM ut GE ad FL; quare erit quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut quadratum ex GE ad quadratum ex FL: est autem quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN; est igitur quadratum ex EG ad quadratum ex FL ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN; et, componendo, erit summa quadratorum ex GE, FL ad quadratum ex FL ut quadratum ex DE ad quadratum ex DN; et est quadratum ex DE ad quadratum ex DN ut quadratum ex FG ad quadratum ex FK; quare erit summa quadratorum ex FL, GE ad quadratum ex FL ut quadratum ex FG ad quadratum ex FK; et, invertendo, erit quadratum ex FL ad summam quadratorum ex GE, FL ut quadratum ex FK ad quadratum ex FG; quare, alternando, erit quadratum ex FL ad quadratum ex FK ut summa quadratorum

rum ex FL, GE ad quadratum ex FG.
Q. E. D.

P R O P. XXXI. *Fig. 153. 154.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur CE normalis rectæ AB, et ducatur quævis recta DE, rectæ CE occurrens in E, sit recta FG parallela rectæ CE, rectæ DE occurrens in G, in DE sumatur punctum H, ut sit DH ad HE ut DG ad GE, sitque quadratum ex GH ad quadratum ex HD ut quadratum ex EK ad rectangulum ADB, a punctis D, H inflectantur DL, HL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ FG occurrentes in M, N, et occurrat DL circulo in O; erit rectangulum GMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex GN ad quadratum ex EK.

Factum jam sit. Ducatur CP parallela rectæ FG, rectis DL, HL occurrens in P, R; et ducatur DQ parallela rectæ FG, rectæ HL occurrens in Q.

Quoniam

Quoniam est rectangulum GMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex GN ad quadratum ex EK, erit, alternando, rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum LMO ad quadratum ex EK; et est quadratum ex GN ad quadratum ex DQ ut quadratum ex GH ad quadratum ex HD, hoc est, ut quadratum ex EK ad rectangulum ADB; quare, ex æquo, erit rectangulum GMN ad quadratum ex DQ ut rectangulum LMO ad rectangulum ADB: est autem quadratum ex DQ ad rectangulum DQ, MN ut DQ ad MN, hoc est, ut DL ad LM, hoc est, ut rectangulum DL, OM ad rectangulum LMO; est igitur, ex æquo, perturbate, rectangulum GMN ad rectangulum DQ, MN ut rectangulum DL, OM ad rectangulum ADB, hoc est, erit GM ad DQ ut rectangulum DL, OM ad rectangulum ADB; et est DQ ad PR ut DL ad LP, hoc est [3. h. lib. 1.], ut DO ad OP, hoc est, ut rectangulum LDO, vel ADB, ad rectangulum LD, OP; quare, ex æquo, erit GM ad PR ut rectangulum DL, OM ad rectangulum DL, OP, hoc est, ut OM ad OP; in recta igitur sunt puncta

U

O,

O, R, G. Quod quidem [4. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [4. h.] in recta sunt puncta O, R, G, erit GM ad PR ut MO ad OP, hoc est, ut rectangulum DL, OM ad rectangulum DL, OP; et est PR ad DQ ut LP ad DL, hoc est [3. h. lib. 1.], ut PO ad OD, hoc est, ut rectangulum DL, OP ad rectangulum LDO, vel ADB; quare, ex æquo, erit GM ad DQ ut rectangulum DL, OM ad rectangulum ADB, hoc est, erit rectangulum GMN ad rectangulum DQ, MN ut rectangulum DL, OM ad rectangulum ADB; et est rectangulum DQ, MN ad quadratum ex DQ ut MN ad DQ, hoc est, ut LM ad LD, hoc est, ut rectangulum LMO ad rectangulum LD, OM; est igitur, ex æquo, perturbate, rectangulum GMN ad quadratum ex DQ ut rectangulum LMO ad rectangulum ADB: et quoniam est quadratum ex DQ ad quadratum ex GN ut quadratum ex DH ad quadratum ex HG, hoc est, ut rectangulum ADB ad quadratum ex EK, erit, ex æquo, rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum

gulum LMO ad quadratum ex EK, hoc est, erit rectangulum GMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex GN ad quadratum ex EK. \mathcal{Q} . E. D.

P R O P. XXXII. Fig. 155. 156.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur CE normalis rectæ AB, et ducatur quævis recta DE, rectæ CE occurrens in E, sit recta FG parallela rectæ CE, rectæ DE occurrens in G, et circulo in H, K, in DE sumatur punctum L, ut sit DL ad LE ut DG ad GE, sitque quadratum ex GL ad quadratum ex LD ut quadratum ex EM ad rectangulum ADB, a punctis D, L inflectantur DN, LN, ad punctum quodvis N in circulo, rectæ HK occurrentes in O, P; erit rectangulum GOP ad rectangulum HOK ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM.

Factum jam sit. Occurrat DN circulo in Q. Quoniam est rectangulum GOP ad rectangu-

lum HOK ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM, et est rectangulum HOK æquale rectangulo NOQ, erit rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM. Quod quidem [31. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [31. h.] rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM, et est rectangulum NOQ æquale rectangulo HOK, erit rectangulum GOP ad rectangulum HOK ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM.
Q. E. D.

P R O P. XXXIII. Fig. 157. 158.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit CE normalis rectæ AB, ducatur DE, rectæ CE occurrens in E, sit recta BF, circulum contingens in B, occurratque rectæ DE in F, in DE sumatur punctum G, ut sit DG ad GE ut DF ad FE, sitque quadratum ex FG ad quadratum ex GD ut quadratum

Fig. 148.

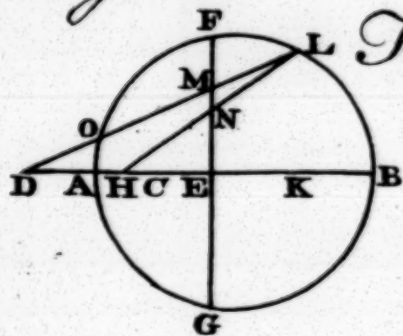


Fig. 149.

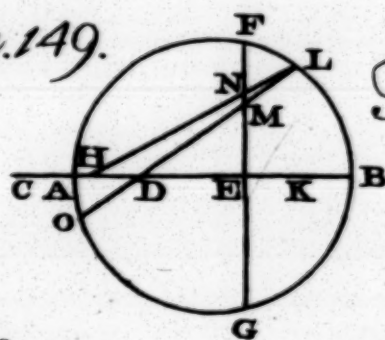


Fig. 150.

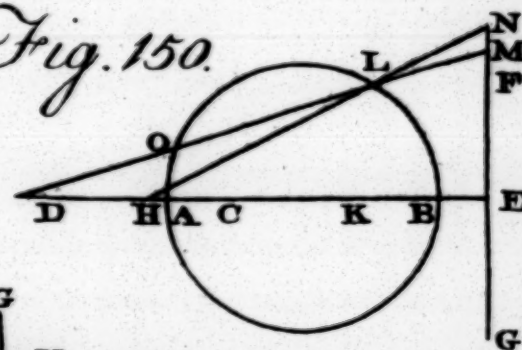


Fig. 151.

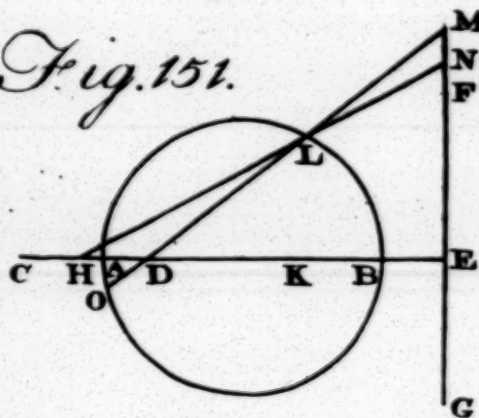


Fig. 152.

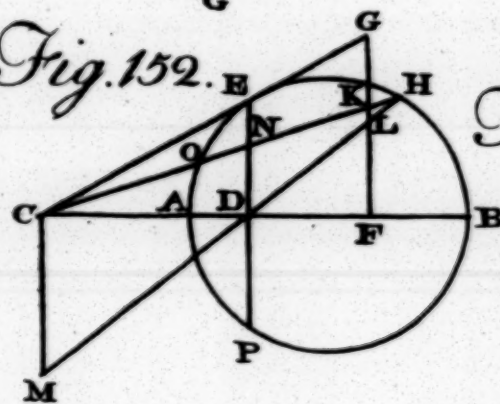


Fig. 153.

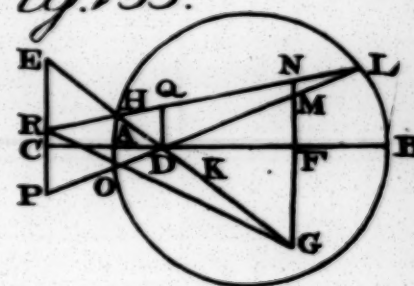


Fig. 154.

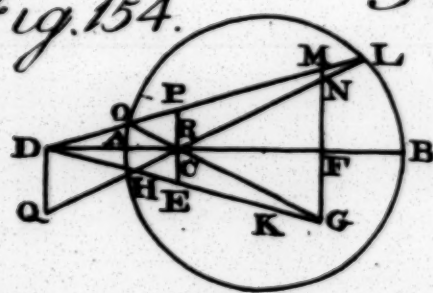


Fig. 155.

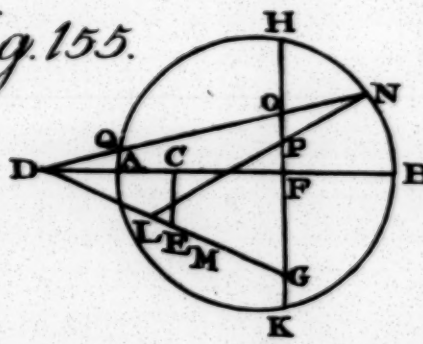
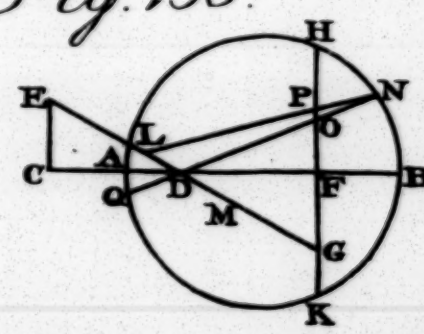


Fig. 156.



dratum ex EH ad rectangulum ADB, a punctis D, G inflectantur DK, GK, ad punctum quodvis K in circulo, rectæ BF occurrentes in L, M; erit rectangulum FLM ad quadratum ex LB ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH.

Factum jam sit. Occurrat DK circulo in N. Quoniam est rectangulum FLM ad quadratum ex LB ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH, et est quadratum ex LB æquale rectangulo KLN, erit rectangulum FLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH. Quod quidem [31. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [31. h.] rectangulum FLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH, et est rectangulum KLN æquale quadrato ex LB, erit rectangulum FLM ad quadratum ex LB ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH.
Q. E. D.

P R O P. XXXIV. Fig. 159. 160.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur CE normalis rectæ AB, et ducatur quævis recta DE, rectæ CE occurrens in E, sit recta FG extra circumulum normalis rectæ AB, ipsi occurrens in F, et rectæ DE in G, in FG sumatur FH, sitque quadratum ex FH æquale rectangulo AFB, et producat HF ad K, ut sit FK æqualis ipsi FH, in DE sumatur punctum L, ut sit DL ad LE ut DG ad GE, sitque quadratum ex GL ad quadratum ex LD ut quadratum ex EM ad rectangulum ADB, a punctis D, L inflectantur DN, LN, ad punctum quodvis N in circulo, rectæ FG occurrentes in O, P; erit rectangulum GOP ad summam quadratorum ex OH, OK ut quadratum ex GP ad duplum quadrati ex EM.

Factum jam sit. Occurrat DN circulo in Q. Quoniam est rectangulum GOP ad summam

summam quadratorum ex HO, OK ut quantum ex GP ad duplum quadrati ex EM, et est summa quadratorum ex HO, OK æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli NOQ, erit rectangulum GOP ad duplum rectanguli NOQ ut quadratum ex GP ad duplum quadrati ex EM; quare erit rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM. Quod quidem [31. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [31. h.] rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM, erit rectangulum GOP ad duplum rectanguli NOQ ut quadratum ex GP ad duplum quadrati ex EM: est autem duplum rectanguli NOQ æquale [15. h. lib. 1.] summæ quadratorum ex HO, OK; est igitur rectangulum GOP ad summam quadratorum ex HO, OK ut quadratum ex GP ad duplum quadrati ex EM. *Q. E. D.*

P R O P. XXXV. Fig. 161.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta

Et a C, D, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum D extra circulum, ducatur DE normalis rectæ AB, et per punctum C ducatur quævis recta CE, rectæ DE occurrens in E, ducatur CF parallela rectæ DE, circulo occurrens in F, et jungantur D, F, sit recta GH parallela rectæ DE, rectis DC, DF, CE occurrens in G, H, K, a punctis, C, E inflectantur CL, EL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ GH occurrentes in M, N; erit quadratum ex KM ad quadratum ex KN ut summa quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex GH.

Factum jam sit. Occurrat CF circulo in O; jungantur D, L rectæ CF occurrens in P, et circulo in Q; et occurrant rectæ CL, EL rectis DE, CF in R, S.

Quoniam est quadratum ex KM ad quadratum ex KN ut summa quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex GH, et est quadratum ex KN ad quadratum ex CS ut quadratum ex EK ad quadratum ex FC, hoc est, ut quadratum ex DG ad quadratum ex DC, hoc est, ut quadratum ex GH ad quadratum

dratum ex CF, erit, ex æquo, quadratum ex KM ad quadratum ex CS ut summa quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex CF. Quoniam vero est quadratum ex KM ad quadratum ex MG ut quadratum ex ER ad quadratum ex RD, hoc est, ut quadratum ex CS ad quadratum ex CP, alternando, erit quadratum ex KM ad quadratum ex CS ut quadratum ex GM ad quadratum ex CP; quare erit summa quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex CF ut quadratum ex GM ad quadratum ex CP; et, alternando, erit summa quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex GM ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP; quare, dividendo, erit quadratum ex FH ad quadratum ex GM ut rectangulum FPO ad quadratum ex CP. Quoniam est quadratum ex FH ad quadratum ex FD ut quadratum ex GC ad quadratum ex GD, hoc est, ut quadratum ex GM ad quadratum ex DR, alternando, erit quadratum ex FH ad quadratum ex MG ut quadratum ex DF ad quadratum ex DR; quare erit quadratum ex DF ad quadratum ex DR ut rectangulum FPO ad quadratum ex CP: est autem quadratum

X

dratum ex DR ad quadratum ex DL ut quadratum ex CP ad quadratum ex PL; erit igitur, ex æquo, quadratum ex DF ad quadratum ex DL ut rectangulum FPO ad quadratum ex PL. Quoniam vero [20. h. lib. 1.] contingit DF circulum in F, erit quadratum ex DF æquale rectangulo QDL, et est rectangulum FPO æquale rectangulo QPL, erit rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut rectangulum QPL ad quadratum ex PL: est autem rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut QD ad DL, et est rectangulum QPL ad quadratum ex PL ut QP ad PL; erit igitur QD ad DL ut QP ad PL. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [3. h. lib. 1.] QD ad DL ut QP ad PL, et est rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut QD ad DL, et rectangulum QPL ad quadratum ex PL ut QP ad PL, erit rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut rectangulum QPL ad quadratum ex PL: quoniam vero contingit [20. h. lib. 1.] DF circulum in F, erit quadratum ex DF æquale rectangulo QDL, et
est

est rectangulum FPO æquale rectangulo QPL, erit quadratum ex DF ad quadratum ex DL ut rectangulum FPO ad quadratum ex PL. Quoniam est quadratum ex DL ad quadratum ex DR ut quadratum ex PL ad quadratum ex PC, erit, ex æquo, quadratum ex DF ad quadratum ex DR ut rectangulum FPO ad quadratum ex PC. Quoniam est quadratum ex DF ad quadratum ex FH ut quadratum ex DC ad quadratum ex CG, hoc est, ut quadratum ex DR ad quadratum ex GM, alternando, erit quadratum ex DF ad quadratum ex DR ut quadratum ex FH ad quadratum ex GM; quare erit quadratum ex FH ad quadratum ex GM ut rectangulum FPO ad quadratum ex PC; et, componendo, erit summa quadratorum ex FH, GM ad quadratum ex GM ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP: est autem quadratum ex GM ad quadratum ex MK ut quadratum ex RD ad quadratum ex ER, hoc est, ut quadratum ex CP ad quadratum ex CS; erit igitur, ex æquo, summa quadratorum ex FH, GM ad quadratum ex MK ut quadratum ex CF ad quadratum ex CS; et, invertendo, erit

X 2

quadratum

quadratum ex MK ad summam quadratorum ex FH, GM ut quadratum ex CS ad quadratum ex CF; quare, alternando, erit quadratum ex MK ad quadratum ex CS ut summa quadratorum ex FH, GM ad quadratum ex CF: est autem quadratum ex CS ad quadratum ex KN ut quadratum ex EC ad quadratum ex EK, hoc est, ut quadratum ex DC ad quadratum ex DG, hoc est, ut quadratum ex CF ad quadratum ex GH; erit igitur, ex æquo, quadratum ex KM ad quadratum ex KN ut summa quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex GH. *Q. E. D.*

PROP. XXXVI. Fig. 162.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, sit punctum C extra circulum, et ducatur DE normalis rectæ AB, circulo occurrens in F, et jungantur C, F, ducatur quævis recta CE, rectæ DE occurrens in E, sit recta GH parallela rectæ DE, rectis CD, CF, CE occurrens in G, H, K, in HK producta

producta sumatur GL æqualis ipsi GH, a punctis C, E inflectantur CM, EM, ad punctum quodvis M in circulo, rectæ GH occurrentes in N, O; erit quadratum ex KN ad quadratum ex KO ut rectangulum HNL ad quadratum ex FH.

Factum jam fit. Jungantur D, M; per punctum C ducatur CP parallela rectæ DE, rectis DM, EM occurrens in P, Q; et occurrat CM rectæ DE in R.

Quoniam est quadratum ex KN ad quadratum ex KO ut rectangulum HNL ad quadratum ex FH, et est quadratum ex KO ad quadratum ex CQ ut quadratum ex KE ad quadratum ex EC, hoc est, ut quadratum ex FH ad quadratum ex CF, erit, ex æquo, quadratum ex KN ad quadratum ex CQ ut rectangulum HNL ad quadratum ex CF. Quoniam est quadratum ex KN ad quadratum ex NG ut quadratum ex ER ad quadratum ex RD, hoc est, ut quadratum ex QC ad quadratum ex CP, alternando, erit quadratum ex KN ad quadratum ex QC ut quadratum ex NG ad quadratum ex CP; quare erit rectangulum

lum HNL ad quadratum ex FC ut quadratum ex NG ad quadratum ex CP; et, alternando, erit rectangulum HNL ad quadratum ex NG ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP; quare, componendo, erit quadratum ex HG ad quadratum ex GN ut summa quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP: est autem quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut quadratum ex HG ad quadratum ex GN; est igitur quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut summa quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP. Quoniam [20. h. lib. I.] contingit CF circulum in F, erit quadratum ex CF æquale rectangulo ACB; quare erit summa quadratorum ex FC, CP æqualis rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CP: est autem [14. h. lib. I.] rectangulum ACB, simul cum quadrato ex CP, æquale rectangulo SPM; et est quadratum ex DF æquale rectangulo SDM; quare erit rectangulum SDM ad quadratum ex DR ut rectangulum SPM ad quadratum ex CP; et est quadratum ex RD ad quadratum ex DM ut quadratum ex CP ad quadratum ex PM; erit igitur, ex æquo, rectangulum SDM ad quadratum

quadratum ex DM ut rectangulum SPM ad quadratum ex PM: est autem rectangulum SDM ad quadratum ex DM ut SD ad DM; et est rectangulum SPM ad quadratum ex PM ut SP ad PM; est igitur SD ad DM ut SP ad PM. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam est [3. h. lib. 1.] SD ad DM ut SP ad PM, et est rectangulum SDM ad quadratum ex DM ut SD ad DM, et rectangulum SPM ad quadratum ex PM ut SP ad PM, erit rectangulum SDM ad quadratum ex DM ut rectangulum SPM ad quadratum ex PM; et est quadratum ex DM ad quadratum ex RD ut quadratum ex PM ad quadratum ex CP; erit, ex æquo, rectangulum SDM ad quadratum ex DR ut rectangulum SPM ad quadratum ex CP. Quoniam [20. h. lib. 1.] contingit CF circum in F, erit quadratum ex CF æquale rectangulo ACB; quare erit summa quadratorum ex FC, CP æqualis rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CP, hoc est [14. h. lib. 1.] æqualis rectangulo SPM; et est quadratum ex DF æquale rectangulo SDM;
quare

quare erit quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut summa quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP : est autem quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut quadratum ex HG ad quadratum ex GN ; est igitur quadratum ex HG ad quadratum ex GN ut summa quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP ; quare, dividendo, erit rectangulum HNL ad quadratum ex GN ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP ; et, alternando, erit rectangulum HNL ad quadratum ex CF ut quadratum ex GN ad quadratum ex CP. Quoniam est quadratum ex KN ad quadratum ex NG ut quadratum ex ER ad quadratum ex RD, hoc est, ut quadratum ex CQ ad quadratum ex CP, alternando, erit quadratum ex KN ad quadratum ex CQ ut quadratum ex GN ad quadratum ex CP ; quare erit quadratum ex KN ad quadratum ex CQ ut rectangulum HNL ad quadratum ex CF : est autem quadratum ex CQ ad quadratum ex KO ut quadratum ex CE ad quadratum ex EK, hoc est, ut quadratum ex CF ad quadratum ex FH ; erit igitur, ex æquo, quadratum ex
KN

KN ad quadratum ex KO ut rectangulum
HNL ad quadratum ex FH. *Q. E. D.*

P R O P. XXXVII. Fig. 163.

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB,
sit punctum D intra circulum, et ducatur
DE normalis rectæ AB, circulo occurrens in
E, a puncto C ducatur quævis recta, cir-
culo occurrens in F, G, et rectæ ED in H,
et jungantur G, E, sitque EG ad GH ut
quadratum ex FG ad rectangulum FH, EK,
a punctis C, F inflectantur CL, FL, ad
punctum quodvis L in circulo, rectæ EG
occurrentes in M, N; erit rectangulum
ENM ad quadratum ex GN ut EM ad
EK.*

Factum jam sit. Occurrat CL circulo in
O; et occurrat FL rectæ DE in P; jun-
gantur GP, PO; ducatur MR parallela re-
ctæ FG, rectis FL, GP occurrens in Q, R;
et ducatur NS parallela rectæ FG, rectis
GP, DE occurrens in S, T.

Y

Quoniam

Quoniam est rectangulum ENM ad quadratum ex GN ut EM ad EK, hoc est, ut rectangulum MEN ad rectangulum NEK, erit, alternando, rectangulum ENM ad rectangulum MEN ut quadratum ex GN ad rectangulum NEK, hoc est, erit NM ad ME ut quadratum ex GN ad rectangulum NEK: est autem rectangulum GMN ad rectangulum GME, vel LMO, ut NM ad ME; quare erit rectangulum GMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex GN ad rectangulum NEK; et, alternando, erit rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum LMO ad rectangulum NEK: quoniam vero est rectangulum GMN ad rectangulum NMR ut GM ad MR, hoc est, ut GN ad NS, hoc est, ut quadratum ex GN ad rectangulum GNS, erit, alternando, rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum NMR ad rectangulum GNS; quare erit rectangulum LMO ad rectangulum NEK ut rectangulum NMR ad rectangulum GNS. Quoniam est rectangulum NMR ad rectangulum RNQ ut NM ad MQ, hoc est, ut GN ad GF, hoc est, ut rectangulum GNS ad rectangulum GF, NS,

GF,NS, erit, alternando, rectangulum NMR ad rectangulum GNS ut rectangulum RMQ ad rectangulum GF,NS; quare erit rectangulum LMO ad rectangulum NEK ut rectangulum RMQ ad rectangulum GF,NS; et, alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum RMQ ut rectangulum NEK ad rectangulum GF,NS: est autem rectangulum LMO ad rectangulum LC,MO ut LM ad LC, hoc est, ut MQ ad CF, hoc est, ut rectangulum RMQ ad rectangulum RM,CF; et, alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum RMQ ut rectangulum LC,MO ad rectangulum MR,CF; quare erit rectangulum NEK ad rectangulum GF,NS ut rectangulum LC,MO ad rectangulum MR,CF: quoniam vero est EN ad NT ut EG ad GH, hoc est, ut quadratum ex FG ad rectangulum FH,EK, et est NT ad NS ut HF ad FG, hoc est, ut rectangulum FH,EK ad rectangulum FG,EK, erit, ex æquo, EN ad NS ut quadratum ex FG ad rectangulum FG,EK, hoc est, ut FG ad EK; quare erit rectangulum NEK æquale rectangulo GF,NS: est autem rectangulum NEK ad rectangulum

GF, NS ut rectangulum LC, MO ad rectangulum MR, CF; quare erit rectangulum LC, MO æquale rectangulo MR, CF; quare erit MR ad MO ut LC ad CF, hoc est, (quoniam est rectangulum LCO æquale rectangulo FCG), ut GC ad CO; in recta igitur sunt puncta O, P, G. Quod quidem [4. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [4. h.] in recta sunt puncta O, P, G, erit RM ad MO ut GC ad CO, hoc est, ut LC ad CF; quare erit rectangulum RM, CF æquale rectangulo LC, OM. Quoniam est SN ad NT ut GF ad FH, hoc est, ut rectangulum FG, EK ad rectangulum FH, EK, et est NT ad NE ut HG ad GE, hoc est, ut rectangulum FH, EK ad quadratum ex FG, erit, ex æquo, SN ad NE ut rectangulum FG, EK ad quadratum ex FG, hoc est, ut EK ad FG; quare erit rectangulum NEK æquale rectangulo GF, NS: et quoniam est rectangulum RM, CF æquale rectangulo LC, OM, erit rectangulum NEK ad rectangulum GF, NS ut rectangulum LC, MO ad rectangulum MR, CF: est autem rectangulum
LC, MO

LC,MO ad rectangulum LMO ut LC ad
 LM, hoc est, ut CF ad MQ, hoc est, ut
 rectangulum MR,CF ad rectangulum
 RMQ; et, alternando, erit rectangu-
 lum LC,MO ad rectangulum MR,CF
 ut rectangulum LMO ad rectangulum
 RMQ; quare erit rectangulum NEK ad
 rectangulum GF,NS ut rectangulum LMO
 ad rectangulum RMQ; et, alternando, erit
 rectangulum NEK ad rectangulum LMO
 ut rectangulum GF,NS ad rectangulum
 RMQ: est autem rectangulum GF,NS ad
 rectangulum GNS ut GF ad GN, hoc est,
 ut MQ ad MN, hoc est, ut rectangulum
 RMQ ad rectangulum NMR; et, alter-
 nando, erit rectangulum GF,NS ad rectan-
 gulum RMQ ut rectangulum GNS ad re-
 ctangulum NMR; quare erit rectangulum
 NEK ad rectangulum LMO ut rectangu-
 lum GNS ad rectangulum NMR. Quo-
 niam est rectangulum GNS ad quadratum
 ex GN ut NS ad GN, hoc est, ut RM ad
 MG, hoc est, ut rectangulum NMR ad re-
 ctangulum GMN, erit, alternando, rectan-
 gulum GNS ad rectangulum NMR ut qua-
 dratum ex GN ad rectangulum GMN; et,
 alternando,

alternando, erit rectangulum NEK ad quadratum ex GN ut rectangulum LMO, vel GME, ad rectangulum GMN, hoc est, ut ME ad MN, hoc est, ut rectangulum MEN ad rectangulum ENM; et, alternando, erit rectangulum NEK ad rectangulum MEN ut quadratum ex GN ad rectangulum GMN, hoc est, erit KE ad EM ut quadratum ex GN ad rectangulum GMN; quare erit rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut ME ad EK. *Q. E. D.*

P R O P. XXXVIII. *Fig. 164. 165.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur DE normalis rectæ AB, a puncto C ducatur quævis recta, circulo occurrens in F, G, et rectæ DE in H, et ducatur GE, rectæ DE occurrens in E, et circulo in K, sitque EG ad GH ut quadratum ex FG ad rectangulum FH, KL, a punctis C, F inflectantur rectæ, ad punctum quodvis M in circulo, rectæ GE occurrentes in N, O;

N, O; erit rectangulum EON ad quadratum ex GO ut NK ad KL.

Factum jam fit. Occurrat CM circulo in P; et occurrat FM rectæ DE in Q; jungantur GQ, QP; ducatur NR parallela rectæ CF, rectis FM, GQ occurrens in R, S; et ducatur OT parallela rectæ CF, rectis DE, GQ occurrens in T, V.

Quoniam est rectangulum EON ad quadratum ex GO ut NK ad KL, hoc est, ut rectangulum EO,KN ad rectangulum EO,KL, erit, alternando, rectangulum EON ad rectangulum EO,NK ut quadratum ex GO ad rectangulum EO,KL, hoc est, erit ON ad NK ut quadratum ex GO ad rectangulum EO,KL: est autem ON ad NK ut rectangulum GNO ad rectangulum GNK, vel MNP; quare erit rectangulum GNO ad rectangulum MNP ut quadratum ex GO ad rectangulum EO,KL; et, alternando, erit rectangulum GNO ad quadratum ex GO ut rectangulum MNP ad rectangulum EO,KL: quoniam vero est rectangulum GNO ad rectangulum ONS ut GN ad NS, hoc est, ut GO ad OV,
hoc

hoc est, ut quadratum ex GO ad rectangulum GOV, erit, alternando, rectangulum GNO ad quadratum ex GO ut rectangulum ONS ad rectangulum GOV; quare erit rectangulum ONS ad rectangulum GOV ut rectangulum MNP ad rectangulum EO, KL. Quoniam est rectangulum ONS ad rectangulum SNR ut ON ad NR, hoc est, ut OG ad GF, hoc est, ut rectangulum GOV ad rectangulum GF, OV, erit, alternando, rectangulum ONS ad rectangulum GOV ut rectangulum SNR ad rectangulum GF, OV; quare erit rectangulum SNR ad rectangulum GF, OV ut rectangulum MNP ad rectangulum EO, KL; et, alternando, erit rectangulum SNR ad rectangulum MNP ut rectangulum GF, OV ad rectangulum EO, KL. Quoniam vero est rectangulum SNR ad rectangulum SN, CF ut NR ad CF, hoc est, ut MN ad MC, hoc est, ut rectangulum MNP ad rectangulum MC, NP, erit, alternando, rectangulum SNR ad rectangulum MNP ut rectangulum SN, CF ad rectangulum MC, NP; quare erit rectangulum GF, OV ad rectangulum EO, KL ut rectangulum SN, CF ad rectangulum

gulum MC,NP. Quoniam vero est EO ad OT ut EG ad GH, hoc est, ut quadratum ex FG ad rectangulum FH,KL, et est OT ad OV ut FH ad FG, hoc est, ut rectangulum FH,KL ad rectangulum FG,KL, erit, ex æquo, EO ad OV ut quadratum ex FG ad rectangulum FG,KL, hoc est, ut FG ad KL; quare erit rectangulum GF,OV æquale rectangulo EO,KL: est autem rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL ut rectangulum SN,CF ad rectangulum MC,NP; quare erit rectangulum SN,CF æquale rectangulo MC,NP; quare erit SN ad NP ut MC ad CF: quoniam vero est rectangulum MCP æquale rectangulo GCF, erit MC ad CF ut GC ad CP; est igitur SN ad NP ut GC ad CP; in recta igitur sunt puncta G, Q, P. Quod [4. h.] quidem ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam [4. h.] in recta sunt puncta G, Q, P, erit SN ad NP ut GC ad CP. Quoniam est rectangulum MCP æquale rectangulo GCF, erit GC ad CP ut MC ad CF; quare erit SN ad NP ut MC ad CF; erit igitur rectangulum SN,CF æquale re-

Z

ctangulo

ctangulo MC,NP : et quoniam est EO ad OT ut EG ad GH, hoc est, ut quadratum ex FG ad rectangulum FH,KL, et est OT ad OV ut FH ad FG, hoc est, ut rectangulum FH,KL ad rectangulum FG,KL, erit EO ad OV ut quadratum ex FG ad rectangulum FG,KL, hoc est, ut FG ad KL ; quare erit rectangulum GF,OV æquale rectangulo EO,KL : et quoniam est rectangulum SN,CF æquale rectangulo MC,NP, erit rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL ut rectangulum SN,CF ad rectangulum MC,NP. Quoniam est rectangulum SNR ad rectangulum SN,CF ut NR ad CF, hoc est, ut NM ad MC, hoc est, ut rectangulum MNP ad rectangulum MC,NP, erit, alternando, rectangulum SNR ad rectangulum MNP ut rectangulum SN,CF ad rectangulum MC,NP ; quare erit rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL ut rectangulum SNR ad rectangulum MNP ; et, alternando, erit rectangulum GF,OV ad rectangulum SNR ut rectangulum EO,KL ad rectangulum MNP ; et quoniam est rectangulum GOV ad rectangulum GF,OV ut GO ad GF, hoc est, ut
ut

ut ON ad NR, hoc est, ut rectangulum
ONS ad rectangulum SNR, erit, alternan-
do, rectangulum GOV ad rectangulum
ONS ut rectangulum GF,OV ad rectangu-
lum SNR, hoc est, ut rectangulum EO,KL
ad rectangulum MNP. Quoniam est re-
ctangulum GOV ad quadratum ex GO ut
OV ad OG, hoc est, ut SN ad NG, hoc
est, ut rectangulum ONS ad rectangulum
GNO, erit, alternando, rectangulum GOV
ad rectangulum ONS ut quadratum ex OG
ad rectangulum GNO; quare erit rectan-
gulum EO,KL ad rectangulum MNP ut
quadratum ex OG ad rectangulum GNO;
et, alternando, erit rectangulum EO,KL
ad quadratum ex OG ut rectangulum MNP,
vel GNK, ad rectangulum GNO, hoc est,
ut KN ad NO, hoc est, ut rectangulum
KN,EO ad rectangulum EON; et, alter-
nando, erit rectangulum EO,KL ad re-
ctangulum EO,NK ut quadratum ex GO
ad rectangulum EON, hoc est, erit KL ad
NK ut quadratum ex OG ad rectangulum
EON; quare erit rectangulum EON ad
quadratum ex OG ut NK ad KL. *Q.E.D.*

PROP. XXXIX. Fig. 166. 167.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, ducatur DE normalis rectæ AB, et ducatur CF, rectæ DE occurrens in F, in CF sumantur G, H puncta, sitque CG ad GF ita CH ad HF, per punctum H ducatur recta HK, rectæ DE occurrens in K, sit GF ad GH ut FH ad HL, et rectangulum GCH ad rectangulum ACB ut rectangulum GHL ad rectangulum HKV, a punctis C, G inflectantur CM, GM, ad punctum quodvis M in circulo, rectæ HK occurrentes in N, O, et occurrat CM circulo in T; erit rectangulum HNO ad rectangulum MNT ut quadratum ex OH ad rectangulum OKV.

Factum jam fit. Occurrat GM rectæ DE in X; jungantur XH, XT; ducatur NP parallela rectæ CG, rectis GM, HX occurrens in P, Q; et ducatur OR parallela rectæ CG, rectis DE, HX occurrens in R, S.

Quoniam

Fig. 157.

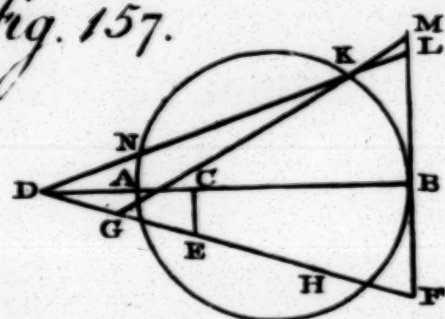


Fig. 158.

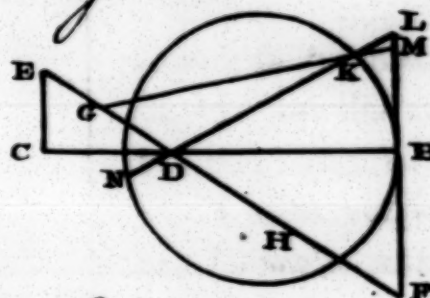


Fig. 159.

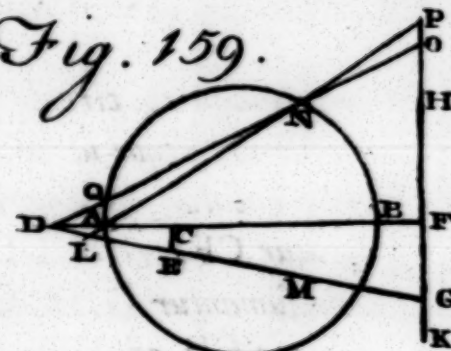


Fig. 160.

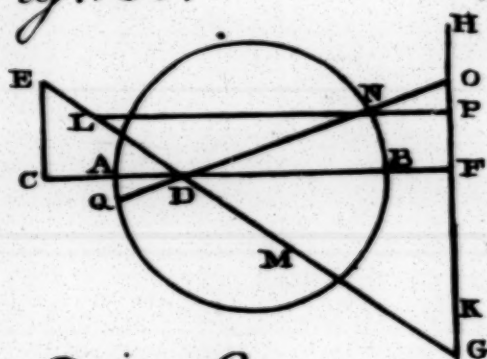


Fig. 161.

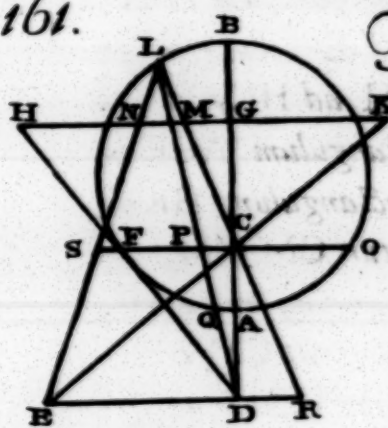


Fig. 162.

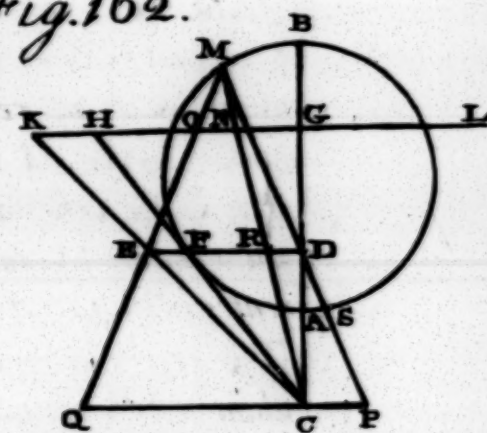


Fig. 163.

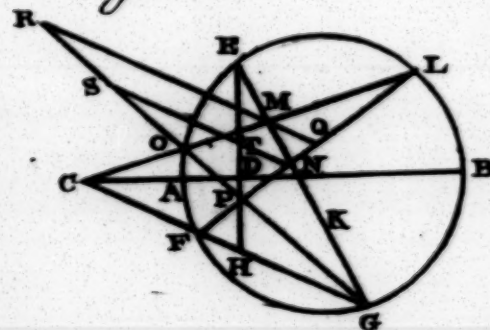


Fig. 164.

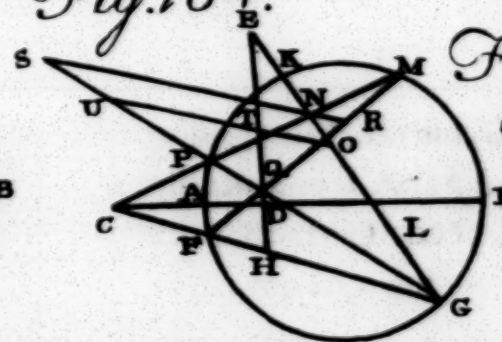
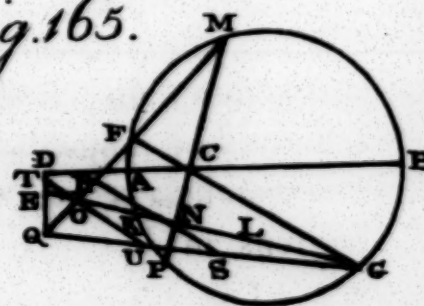


Fig. 165.



THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

Quoniam est rectangulum HNO ad rectangulum MNT ut quadratum ex OH ad rectangulum OKV, erit, alternando, rectangulum HNO ad quadratum ex OH ut rectangulum MNT ad rectangulum OKV : quoniam vero est rectangulum HNO ad rectangulum ONQ ut HN ad NQ, hoc est, ut HO ad OS, hoc est, ut quadratum ex OH ad rectangulum HOS, erit, alternando, rectangulum HNO ad quadratum ex OH ut rectangulum ONQ ad rectangulum HOS ; quare erit rectangulum MNT ad rectangulum OKV ut rectangulum ONQ ad rectangulum HOS. Quoniam est rectangulum ONQ ad rectangulum QNP ut ON ad NP, hoc est, ut OH ad HG, hoc est, ut rectangulum HOS ad rectangulum OS,GH, erit, alternando, rectangulum ONQ ad rectangulum HOS ut rectangulum QNP ad rectangulum OS,GH ; quare erit rectangulum MNT ad rectangulum OKV ut rectangulum QNP ad rectangulum OS,GH ; et, alternando, erit rectangulum MNT ad rectangulum QNP ut rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH : est autem rectangulum MNT ad rectangulum MC,TN

MC,TN ut NM ad MC, hoc est, ut NP ad CG, hoc est, ut rectangulum QNP ad rectangulum QN,CG; et, alternando, erit rectangulum MNT ad rectangulum QNP ut rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG; quare erit rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH ut rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG. Rursus, quoniam est OK ad OR ut KH ad HF, et OR ad OS ut GF ad GH, hoc est, ut FH ad HL, erit, ex æquo, KO ad OS ut KH ad HL; et, alternando, erit OK ad KH ut OS ad HL: est autem rectangulum OKV ad rectangulum HKV ut OK ad KH, et rectangulum OS,GH ad rectangulum GHL ut OS ad HL; quare erit rectangulum OKV ad rectangulum HKV ut rectangulum OS,GH ad rectangulum GHL; et, alternando, erit rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH ut rectangulum HKV ad rectangulum GHL; est igitur rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG ut rectangulum HKV ad rectangulum GHL, hoc est, ut rectangulum MCT ad rectangulum GCH; et, alternando, erit rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut rectangulum
gulum

gulum QN,CG ad rectangulum GCH: est autem rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut TN ad TC, et rectangulum QN,CG ad rectangulum GCH ut QN ad CH; est igitur TN ad TC ut QN ad CH; in recta igitur sunt puncta T, X, H. Quod quidem [4.h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam in recta [4.h.] sunt puncta T, X, H, erit TN ad TC ut QN ad CH: est autem rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut TN ad TC, et rectangulum QN,CG ad rectangulum GCH ut QN ad CH; quare erit rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut rectangulum QN,CG ad rectangulum GCH; et, alternando, erit rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG ut rectangulum MCT, vel ACB, ad rectangulum GCH, hoc est, ut rectangulum HKV ad rectangulum GHL. Quoniam est OK ad OR ut KH ad HF, et OR ad OS ut GF ad GH, hoc est, ut FH ad HL, erit OK ad OS ut KH ad HL; et, alternando, erit OK ad KH ut OS ad HL: est autem rectangulum OKV ad rectangulum HKV ut OK ad KH,
et

et rectangulum OS,GH ad rectangulum
GHL ut OS ad HL; quare erit rectangu-
lum OKV ad rectangulum HKV ut rectan-
gulum OS,GH ad rectangulum GHL; et,
alternando, erit rectangulum OKV ad re-
ctangulum OS,GH ut rectangulum HKV
ad rectangulum GHL, hoc est, ut re-
ctangulum MCT, vel ACB, ad rectan-
gulum GCH, hoc est, ut rectangulum
MC,TN ad rectangulum QN,CG: est
autem rectangulum MNT ad rectangu-
lum MC,TN ut MN ad MC, hoc est, ut
NP ad CG, hoc est, ut rectangulum QNP
ad rectangulum QN,CG; et, alternando,
erit rectangulum MNT ad rectangulum
QNP ut rectangulum MC,TN ad rectangu-
lum QN,CG, hoc est, ut rectangulum
OKV ad rectangulum OS,GH; et, alter-
nando, erit rectangulum MNT ad rectan-
gulum OKV ut rectangulum QNP ad re-
ctangulum OS,GH. Quoniam est rectangu-
lum ONQ ad rectangulum QNP ut ON ad
NP, hoc est, ut OH ad HG, hoc est, ut
rectangulum HOS ad rectangulum OS,GH,
erit, alternando, rectangulum ONQ ad re-
ctangulum HOS ut rectangulum QNP ad
rectangulum

rectangulum OS, GH ; quare erit rectangulum ONQ ad rectangulum HOS ut rectangulum MNT ad rectangulum OKV : quoniam vero est rectangulum HNO ad rectangulum ONQ ut HN ad NQ, hoc est, ut HO ad OS, hoc est, ut quadratum ex OH ad rectangulum HOS, erit, alternando, rectangulum HNO ad quadratum ex OH ut rectangulum ONQ ad rectangulum HOS, hoc est, ut rectangulum MNT ad rectangulum OKV. *Q. E. D.*

P R O P. XL. Fig. 168. 169.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et ducantur CE, DF normales recte AB, in CE sumantur puncta E, G, sitque CE equalis ipsi CG, per punctum G ducatur quavis recta GF, recte DF occurrens in F, et sit quadratum ex GC ad quadratum ex GE ut rectangulum ACB ad rectangulum GFH, a punctis C, E inflectantur CK, EK, ad punctum quodvis K in circulo, recte FG occurrentes in L, M, et occurrat

A a

CK

CK circulo in N; erit rectangulum GLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex GM ad rectangulum MFH.

Factum jam fit. Occurrat EK rectæ DF in O; et jungantur G, O; ducatur LP parallela rectæ DF, rectis GO, EK occurrens in P, R; et ducatur MQ parallela rectæ DF, rectæ GO occurrens in Q.

Quoniam est rectangulum GLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex GM ad rectangulum MFH, erit, alternando, rectangulum GLM ad quadratum ex GM ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH. Quoniam est rectangulum PLM ad rectangulum GLM ut PL ad LG, hoc est, ut QM ad MG, hoc est, ut rectangulum QMG ad quadratum ex MG, erit, alternando, rectangulum PLM ad rectangulum QMG ut rectangulum GLM ad quadratum ex GM, hoc est, ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH: quoniam vero est rectangulum PLR ad rectangulum PLM ut LR ad LM, hoc est, ut EG ad GM, hoc est, ut rectangulum EG, MQ ad rectangulum QMG, erit, alternando, rectangulum PLR ad rectangulum

lum EG, MQ ut rectangulum PLM ad re-
ctangulum QMG, hoc est, ut rectangulum
KLN ad rectangulum MFH; et, alter-
nando, erit rectangulum PLR ad rectangu-
lum KLN ut rectangulum EG, MQ ad re-
ctangulum MFH. Quoniam est rectangu-
lum PL, GC ad rectangulum PLR ut GC,
vel CE, ad LR, hoc est, ut CK ad KL,
hoc est, ut rectangulum CK, LN ad rectan-
gulum KLN, erit, alternando, rectangu-
lum PL, GC ad rectangulum CK, LN ut re-
ctangulum PLR ad rectangulum KLN, hoc
est, ut rectangulum EG, MQ ad rectangu-
lum MFH: quoniam vero est quadratum
ex GE ad rectangulum EG, MQ ut GE ad
MQ, hoc est, ut EO ad OM, hoc est, ut
GF ad FM, hoc est, ut rectangulum GFH
ad rectangulum MFH, erit, alternando,
quadratum ex EG ad rectangulum GFH ut
rectangulum EG, MQ ad rectangulum
MFH, hoc est, ut rectangulum PL, CG ad
rectangulum CK, LN. Quoniam est qua-
dratum ex GC ad quadratum ex GE ut re-
ctangulum ACB, vel KCN, ad rectangu-
lum GFH, erit, alternando, quadratum ex
GC ad rectangulum KCN ut quadratum ex

GE ad rectangulum GFH, hoc est, ut rectangulum PL,GC ad rectangulum CK,LN; et, alternando, erit quadratum ex GC ad rectangulum PL,GC ut rectangulum KCN ad rectangulum CK,LN, hoc est, erit GC ad PL ut CN ad NL; in recta igitur sunt puncta G, N, O. Quod quidem [5. h.] ita se habet.

Componetur autem sic. Iisdem constructis. Quoniam in recta sunt [5. h.] puncta G, N, O, erit GC ad PL ut CN ad NL; quare erit quadratum ex GC ad rectangulum PL,GC ut rectangulum KCN ad rectangulum CK,LN; et, alternando, erit quadratum ex GC ad rectangulum KCN ut rectangulum PL,CG ad rectangulum CK,LN. Quoniam est quadratum ex GC ad quadratum ex GE ut rectangulum ACB, vel KCN, ad rectangulum GFH, erit, alternando, quadratum ex GC ad rectangulum KCN ut quadratum ex GE ad rectangulum GFH; quare erit quadratum ex GE ad rectangulum GFH ut rectangulum PL,GC ad rectangulum CK,LN. Quoniam est quadratum ex GE ad rectangulum EG,MQ ut GE ad MQ, hoc est, ut

EO

EO ad OM, hoc est, ut GF ad FM, hoc est, ut rectangulum GFH ad rectangulum MFH, erit, alternando, quadratum ex GE ad rectangulum GFH ut rectangulum EG, MQ ad rectangulum MFH; quare erit rectangulum EG, MQ ad rectangulum MFH ut rectangulum PL, GC ad rectangulum CK, LN: quoniam vero est rectangulum PL, GC ad rectangulum PLR ut GC, vel CE, ad LR, hoc est, ut CK ad KL, hoc est, ut rectangulum CK, LN ad rectangulum KLN, erit, alternando, rectangulum PL, GC ad rectangulum CK, LN ut rectangulum PLR ad rectangulum KLN; quare erit rectangulum PLR ad rectangulum KLN ut rectangulum EG, MQ ad rectangulum MFH; et, alternando, erit rectangulum PLR ad rectangulum EG, MQ ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH. Quoniam est rectangulum PLM ad rectangulum PLR ut LM ad LR, hoc est, ut MG ad GE, hoc est, ut rectangulum QMG ad rectangulum EG, MQ, erit, alternando, rectangulum PLM ad rectangulum QMG ut rectangulum PLR ad rectangulum EG, MQ, hoc est, ut rectangulum KLN ad rectangulum

lum MFH: quoniam vero est rectangulum GLM ad rectangulum PLM ut GL ad LP, hoc est, ut GM ad MQ, hoc est, ut quadratum ex GM ad rectangulum QMG, erit, alternando, rectangulum GLM ad quadratum ex GM ut rectangulum PLM ad rectangulum QMG, hoc est, ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH; et, alternando, erit rectangulum GLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex GM ad rectangulum MFH. *Q. E. D.*

P R O P. XLI.

Sint rectæ A, B, C, D; E, F, G, H, sitque ut A ad B ita C ad D, et ut E ad F ita G ad H; erit rectangulum A, E ad rectangulum B, F ut rectangulum C, G ad rectangulum D, H.

Est enim rectangulum A, E ad rectangulum B, E ut A ad B, hoc est, ut C ad D, hoc est, ut rectangulum C, G ad rectangulum D, G, et est rectangulum B, E ad rectangulum B, F ut E ad F, hoc est, ut G ad H, hoc est, ut rectangulum D, G ad rectangulum

ctangulum D,H; quare, ex æquo, erit re-
ctangulum A,E ad rectangulum B,F ut
rectangulum C,G ad rectangulum D,H.
Q. E. D.

P R O P. XLII. Fig. 170.

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB,
et sit punctum C intra circulum, et du-
catur CE normalis diametro AB, circulo oc-
currens in E, in CE sumantur duo puncta
F, G, ad easdem partes puncti C, sitque
rectangulum FCG æquale quadrato ex CE,
a punctis F, G inflectantur FH, GH, ad
punctum quodvis H in circulo, circulo oc-
currentes in K, L, et per punctum D du-
catur recta DM parallela rectæ CE, rectis
FH, GH occurrens in M, N; erit rectan-
gulum HMK ad rectangulum HNL ut re-
ctangulum HFK ad rectangulum HGL.*

Quoniam est rectangulum FCG æquale qua-
drato ex CE, et est AC ad CB ut AD ad DB,
in recta sunt puncta K, L, D [33. h. lib. 1.];
occurratque rectæ CF, in O; erit igitur
[3. h.

[3. h. lib. I.] DK ad KO ut DL ad LO : est autem MK ad KF ut DK ad KO, et NL ad LG ut DL ad LO ; quare erit MK ad KF ut NL ad LG : et quoniam est MH ad HF ut NH ad HG, erit [41. h.] rectangulum HMK ad rectangulum HFK ut rectangulum HNL ad rectangulum HGL ; et, alternando, erit rectangulum HMK ad rectangulum HNL ut rectangulum HFK ad rectangulum HGL. *Q. E. D.*

P R O P. XLIII. Fig. 171.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum C extra circulum, ducatur CE normalis rectæ AC, et in CE sumantur duo puncta F, G, ad diversas partes puncti C, sitque rectangulum FCG aequale rectangulo ACB, et a punctis F, G inflectantur FH, GH, ad punctum quodvis H in circulo, circulo occurrentes in K, L, a puncto D ducatur DM parallela rectæ CE, rectis FH, GH occurrens in M, N ; erit rectangulum HMK ad rectangulum HNL
ut

ut rectangulum HFK ad rectangulum HGL.

Quoniam est rectangulum FCG æquale rectangulo ACB, et est AC ad CB ut AD DB, in recta sunt puncta K, L, D [34. h. lib. 1.]; occurrat juncta KL rectæ CE in O; erit igitur [3. h. lib. 1.] DK ad KO ut DL ad LO: est autem MK ad KF ut DK ad KO, et NL ad LG ut DL ad LO; quare erit MK ad KF ut NL ad LG: et quoniam est MH ad HF ut NH ad HG, erit [41. h. lib. 1.] rectangulum HMK ad rectangulum HFK ut rectangulum HNL ad rectangulum HGL; et, alternando, erit rectangulum HMK ad rectangulum HNL ut rectangulum HFK ad rectangulum HGL. *Q. E. D.*

P R O P. XLIV. *Fig. 172.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum D intra circulum, ducatur DE normalis diametro AB, circulo occurrens in E, F, per punctum C ducatur
B b
tur

tur CG parallela rectæ DE, et in CG sumantur duo puncta G, H, ad diversas partes puncti C, sitque rectangulum GCH æquale rectangulo ACB, a punctis G, H inflectantur rectæ GK, HK, ad punctum quodvis K in circulo, rectæ EF occurrentes in L, M; erit rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GC ad CH.

Factum jam sit. Occurrant rectæ GK, HK circulo in N, O. Quoniam est rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GC ad CH, et est rectangulum ELF æquale rectangulo KLN, et rectangulum EMF æquale rectangulo KMO, erit rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut GC ad CH, hoc est, ut rectangulum CGH ad rectangulum CHG: quoniam vero est rectangulum GCH æquale rectangulo ACB, erit rectangulum CGH æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CG, hoc est, æquale rectangulo KGN, et rectangulum CHG æquale rectangulo ACB, simul cum quadrato ex CH, hoc est, æquale rectangulo KHO; quare erit rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut rectangulum KGN ad rectangulum

lum KHO. Quod quidem [43. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est [43. h.] rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut rectangulum KGN ad rectangulum KHO, et est rectangulum KGN æquale quadrato ex CG, simul cum rectangulo ACB, vel GCH, hoc est, æquale rectangulo CGH, et rectangulum KHO æquale quadrato ex CH, simul cum rectangulo ACB, vel GCH, hoc est, æquale rectangulo CHG, erit rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut rectangulum CGH ad rectangulum CHG, hoc est, ut CG ad CH : est autem rectangulum KLN æquale rectangulo ELF, et rectangulum KMO æquale rectangulo EMF ; quare erit rectangulum ELF ad rectangulum EMF, ut GC ad CH. *Q. E. D.*

P R O P. XLV. Fig. 173.

Sit recta AB bisecta in C, et in ipsa sumantur duo puncta D, E, ad easdem partes puncti C, sitque rectangulum DCE æquale qua-

B b 2

drato

drato ex AC; erit rectangulum ADB ad rectangulum AEB ut DC ad CE.

Quoniam est quadratum ex DC æquale rectangulo EDC, simul cum rectangulo ECD, et est rectangulum ECD æquale quadrato ex AC, ablato quadrato ex AC ex utrisque, erit rectangulum ADB æquale rectangulo EDC: et quoniam est quadratum ex AC æquale rectangulo ECD, ablato quadrato ex EC ex utrisque, erit rectangulum AEB æquale rectangulo DEC; quare erit rectangulum ADB ad rectangulum AEB ut rectangulum EDC ad rectangulum DEC, hoc est, ut DC ad CE.
Q. E. D.

P R O P. XLVI. *Fig. 174.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum C intra circulum, et ducatur CE normalis diametro AB, circulo occurrens in E, in CE sumantur duo puncta F, G, ad easdem partes puncti C, sitque rectangulum FCG æquale quadrato ex CE, et ducatur

ducatur DH parallela rectæ CE, in DH sumatur punctum H, ut sit quadratum ex DH æquale rectangulo ADB, et sit DK æqualis DH, a punctis F, G inflectantur FL, GL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ HK occurrentes in M, N; erit summa quadratorum ex MH, MK ad summam quadratorum ex NH, NK ut CF ad CG.

Factum jam sit. Occurrat CE circulo in O, occurrantque rectæ FL, GL circulo in P, Q. Quoniam est summa quadratorum ex MH, MK ad summam quadratorum ex NH, NK ut CF ad CG, et est [45. h.] CF ad CG ut rectangulum EFO ad rectangulum EGO, hoc est, ut rectangulum LFP ad rectangulum LGQ, erit summa quadratorum ex MH, MK ad summam quadratorum ex NH, NK ut rectangulum LFP ad rectangulum LGQ: Quoniam vero est [15. h. lib. 1.] summa quadratorum ex MH, MK æqualis duplo rectanguli LMP, et summa quadratorum ex NH, NK æqualis duplo rectanguli LNQ, erit rectangulum LMP ad rectangulum LNQ ut rectangulum LFP ad rectangulum

ctangulum LGQ. Quod quidem [42. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est [42. h.] re-
ctangulum LMP ad rectangulum LNQ ut
rectangulum LFP ad rectangulum LGQ,
hoc est, ut rectangulum EFO ad rectangu-
lum EGO, et est duplum rectanguli LMP
æquale summæ quadratorum ex MH, MK,
et duplum rectanguli LNQ æquale summæ
quadratorum ex NH, NK, erit summa qua-
dratorum ex MH, MK ad summam qua-
dratorum ex NH, NK ut rectangulum EFO
ad rectangulum EGO: est autem [45. h.]
rectangulum EFO ad rectangulum EGO ut
FC ad CG; quare erit summa quadrato-
rum ex MH, MK ad summam quadrato-
rum ex NH, NK ut FC ad CG. *Q. E. D.*

P R O P. XLVII. *Fig. 175.*

*In AB diametro circuli sumantur duo puncta
C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB,
et sit punctum C intra circulum, et ducatur
CE normalis diametro AB, circulo occur-
rens in E, F, per punctum D ducatur DG
parallela*

parallela rectæ CE, fitque quadratum ex DG æquale rectangulo ADB, et in DG sumatur DH æqualis rectæ DG, a punctis G, H inflectantur GK, HK, ad punctum quodvis K in circulo, rectæ EF occurrentes in L, M; erit summa quadratorum ex CL, CM æqualis duplo quadrati ex CE.

Factum jam fit. Quoniam est summa quadratorum ex CL, CM æqualis duplo quadrati ex CE, ablato quadrato ex CE ex utrisque, erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CM, æquale quadrato ex CE, vel CF; quare, ablato quadrato ex CM ex utrisque, erit rectangulum ELF æquale rectangulo EMF : est autem [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut DG ad DH; quare erit DH æqualis rectæ DG. *Q. Q. V.*

Compositio. Quoniam est DH æqualis rectæ DG, et est [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut DG ad DH, erit rectangulum ELF æquale rectangulo EMF; et, addito quadrato ex CM utrisque, erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CM, æquale quadrato ex CF, vel CE;
quare,

quare, addito quadrato ex CE utrisque, erit summa quadratorum ex CL, CM æqualis duplo quadrati ex CE. *Q. E. D.*

P R O P. XLVIII. Fig. 176.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, sitque punctum C intra circulum, et ducatur CE normalis diametro AB, circulo occurrens in E, in CE sumantur duo puncta F, G, ad easdem partes puncti C, sitque rectangulum FCG æquale quadrato ex CE, per punctum D ducatur DH parallela rectæ CE, et sit quadratum ex DH æquale rectangulo ADB, et in DH sumatur DK æqualis rectæ DH, a punctis H, K inflectantur HL, KL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ CE occurrentes in M, N; erit summa quadratorum ex FM, FN ad summam quadratorum ex GM, GN ut FC ad CG.

Factum jam sit. Jungantur LF, LG, rectæ HK occurrentes in O, P. Quoniam est summa quadratorum ex FM, FN ad

ad

Fig. 166.

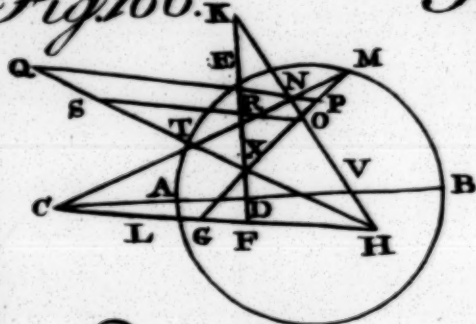


Fig. 167.

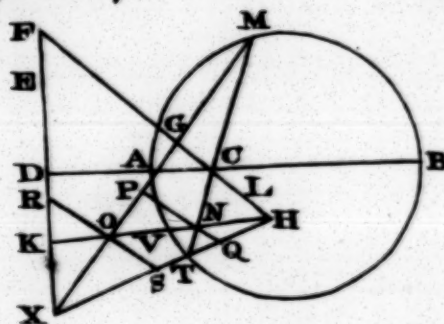


Fig. 168.

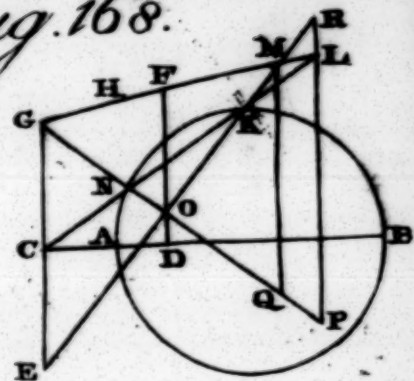


Fig. 169.

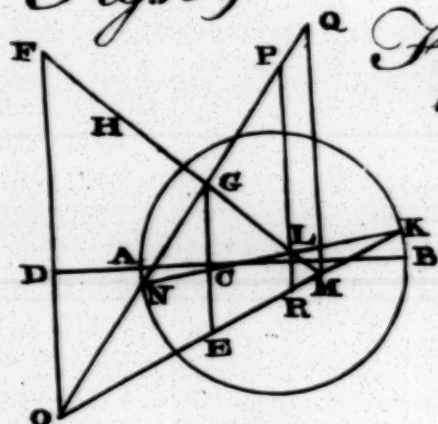


Fig. 170.

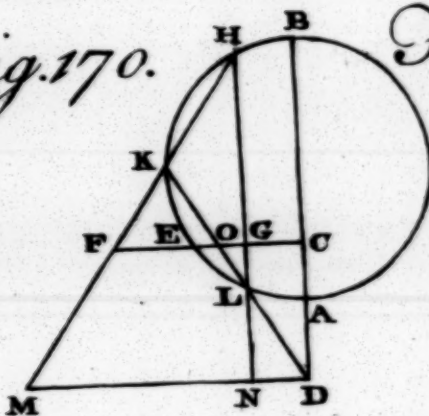


Fig. 171.

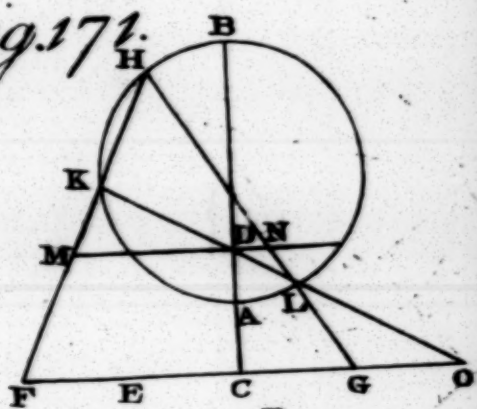


Fig. 172.

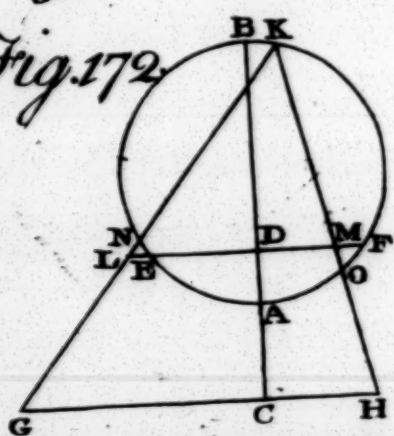


Fig. 173.

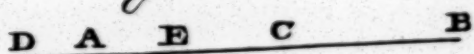
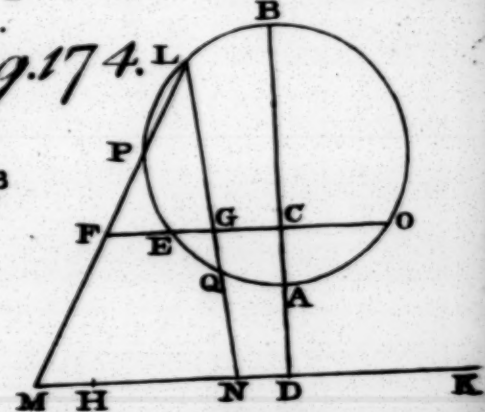


Fig. 174.



ad summam quadratorum ex GM, GN ut FC ad CG, et est summa quadratorum ex OH, OK ad summam quadratorum ex PH, PK ut summa quadratorum ex FM, FN ad summam quadratorum ex GM, GN, erit summa quadratorum ex OH, OK ad summam quadratorum ex PH, PK ut FC ad CG. Quod quidem [46. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est summa quadratorum ex OH, OK ad summam quadratorum ex PH, PK ut FC ad CG [46. h.], et est summa quadratorum ex FM, FN ad summam quadratorum ex GM, GN ut summa quadratorum ex OH, OK ad summam quadratorum ex PH, PK, erit summa quadratorum ex FM, FN ad summam quadratorum ex GM, GN ut FC ad CG.
Q. E. D.

P R O P. XLIX. Fig. 177. 178.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum C intra circulum, ducatur CE normalis diametro AB, circulo occurrens in E, F, per punctum D ducatur DG parallela

C c rallela

rallela rectæ EF, in DG sumantur duo puncta G, H, ad diversas partes puncti D, sitque rectangulum GDH æquale rectangulo ADB, a punctis G, H inflectantur GK, HK, ad punctum quodvis K in circulo, rectæ EF occurrentes in L, M; erit quadratum ex CL, simul cum spatio quod ad quadratum ex CM est ut GD ad DH, aequale spatio quod ad quadratum ex CE, vel CF, est ut GH ad HD.

Sit quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GH ad DH; quare erit summa quadratorum ex CO, CE ad quadratum ex CE ut GH ad HD; erit igitur summa quadratorum ex CL, CN æqualis summæ quadratorum ex CO, CE.

1. Quando cadit punctum L in EF producta. Quoniam est summa quadratorum ex CL, CN æqualis summæ quadratorum ex CO, CE, ablato quadrato ex CE, vel CF, ex utrisque, erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CN, æquale quadrato ex CO: et quoniam est quadratum ex CO ad quadratum ex CF ut GD ad DH, erit

erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CN, ad quadratum ex CF ut GD ad DH: est autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH; quare erit rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH. Quod quidem [44. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH, et quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CN, ad quadratum ex CF ut GD ad DH: est autem quadratum ex CO ad quadratum ex CF ut GD ad DH; æquale igitur est rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CN, quadrato ex CO; quare, addito quadrato ex CE, vel CF, utrisque, erit summa quadratorum ex CL, CN, æqualis summæ quadratorum ex CO, CE: est autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GH ad HD; est igitur quadratum ex CL, simul cum spatio quod ad quadratum ex CM est ut GD ad DH, æquale spatio quod ad quadratum

dratum ex CE, vel CF, est ut GH ad HD.
Q. E. D.

2. Quando cadit punctum L inter E et F. Quoniam est summa quadratorum ex CE, CO, æqualis summæ quadratorum ex CL, CN, ablato quadrato ex CL ex utrisque, erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CO, æquale quadrato ex CN: et quoniam est quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CO, ad quadratum ex CM ut GD ad DH: est autem quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GD ad DH; quare erit rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH. Quod quidem [44. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GD ad DH, erit rectangulum ELF, simul cum quadrato ex CO, ad quadratum ex CM ut GD ad DH: est autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH; est igitur rectangulum ELF, simul cum quadrato
 ex

ex CO, æquale quadrato ex CN; quare, addito quadrato ex CL utrisque, erit summa quadratorum ex CE, CO, æqualis summæ quadratorum ex CL, CN; est autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GH ad HD; est igitur quadratum ex CL, simul cum spatio quod ad quadratum ex CM est ut GD ad DH, æquale spatio quod ad quadratum ex CE, vel CF, est ut GH ad HD.
Q. E. D.

P R O P. L. *Fig. 179.*

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et sit punctum C intra circulum, ducatur CE, circulo occurrens in E, F, et ducatur DG parallela rectæ EF, in DG sumantur duo puncta G, H, ad diversas partes puncti D, sitque rectangulum GDH æquale rectangulo ADB, in EF sumantur CK, CL æquales, sitque quadratum ex CE, vel CF, ad quadratum ex CK, vel CL, ut GD ad GH,

GH, a punctis G, H, inflectantur GM, HM, ad punctum quodvis M in circulo, rectæ EF occurrentes in N, O; erit quadratum ex CN ad rectangulum KOL ut GD ad DH.

Sit quadratum ex CP ad quadratum ex CO ut GD ad DH, et quadratum ex CQ ad quadratum ex CE, vel CF, ut GD ad DH.

Quoniam est quadratum ex CN ad rectangulum KOL ut GD ad DH, et quadratum ex CP ad quadratum ex CO ut GD ad DH, erit summa quadratorum ex CN, CP ad quadratum ex CL ut GD ad DH. Quoniam est quadratum ex CQ ad quadratum ex CF ut GD ad DH, erit, componendo, summa quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CF ut GH ad HD: est autem quadratum ex CF ad quadratum ex CL ut GD ad GH; quare, ex æquo, perturbate, erit summa quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CL ut GD ad DH; quoniam vero est summa quadratorum ex CN, CP ad quadratum ex CL ut GD ad DH, et summa quadratorum ex CQ, CF ad quadratum

dratum ex CL ut GD ad DH, erit summa quadratorum ex CN, CP æqualis summæ quadratorum ex CQ, CF. Quod quidem [49. h.] ita se habet: est enim quadratum ex CP ad quadratum ex CO ut GD ad DH, et summa quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CF ut GH ad HD.

Compositio. Quoniam est quadratum ex CQ ad quadratum ex CF ut GD ad DH, erit, componendo, summa quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CF ut GH ad HD; et est quadratum ex CP ad quadratum ex CO ut GD ad DH, erit [49. h.] summa quadratorum ex CN, CP æqualis summæ quadratorum ex CQ, CF: et quoniam est summa quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CF ut GH ad HD, et quadratum ex CF ad quadratum ex CL ut GD ad GH, erit, ex æquo, perturbate, summa quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CL ut GD ad DH; quare erit summa quadratorum ex CN, CP ad quadratum ex CL ut GD ad DH: est autem quadratum ex CP ad quadratum ex CO ut GD ad DH; erit igitur quadratum ex CN ad rectangulum KOL ut GD ad DH. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. LI. Fig. 180. 181.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, fitque ut AC ad CB ita AD ad DB, et fit punctum C intra circulum, ducatur CE, circulo occurrens in E, in CE sumantur duo puncta F, G, ad easdem partes puncti C, fitque rectangulum FCG æquale quadrato ex CE, per punctum D ducatur DH parallela rectæ CE, et fit rectangulum ADB ad quadratum ex DH ut CG ad GF, et in DH ponatur DK æqualis rectæ DH, a punctis F, G inflectantur FL, GL, ad punctum quodvis L in circulo, rectæ DH occurrentes in M, N: si punctum G sit intra circulum, erit quadratum ex DN ad rectangulum HMK ut CG ad CF; si vero sit punctum G extra circulum, erit duplum quadrati ex DN ad summam quadratorum ex MH, MK ut CG ad CF.

In DH sumantur DO, DP æquales, et fit quadratum ex DO, vel DP, æquale rectangulo ADB.

1. Quando

1. Quando punctum G est intra circulum.
 Quoniam est quadratum ex DN ad rectan-
 gulum HMK ut CG ad CF, erit, inverten-
 do, rectangulum HMK ad quadratum ex
 DN ut CF ad CG : et quoniam est rectan-
 gulum ADB, hoc est, quadratum ex DO,
 ad quadratum ex DH ut CG ad GF, erit,
 invertendo, quadratum ex DH ad quadra-
 tum ex DO ut FG ad GC ; quare, compo-
 nendo, erit summa quadratorum ex DH,
 DO ad quadratum ex DO ut CF ad CG,
 hoc est, ut rectangulum HMK ad quadra-
 tum ex DN ; erit igitur summa quadrato-
 rum ex DM, DO ad summam quadrato-
 rum ex DN, DO ut CF ad CG ; quare erit
 duplum summæ quadratorum ex DM, DO
 ad duplum summæ quadratorum ex DN,
 DO ut CF ad CG : est autem summa qua-
 dratorum ex MO, MP æqualis duplo sum-
 mæ quadratorum ex DM, DO, et summa
 quadratorum ex NO, NP æqualis duplo
 summæ quadratorum ex DN, DO ; erit igi-
 tur summa quadratorum ex MO, MP ad
 summam quadratorum ex NO, NP ut CF
 ad CG. Quod quidem [46. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est summa qua-

D d

dratorum

dratorum ex MO, MP ad summam quadratorum [46. h.] ex NO, NP ut CF ad CG, et est summa quadratorum ex MO, MP æqualis duplo summæ quadratorum ex DM, DO, et summa quadratorum ex NO, NP æqualis duplo summæ quadratorum ex DN, DO, erit duplum summæ quadratorum ex DM, DO ad duplum summæ quadratorum ex DN, DO ut CF ad CG; quare erit summa quadratorum ex DM, DO ad summam quadratorum ex DN, DO ut CF ad CG: et quoniam est rectangulum ADB, hoc est, quadratum ex DO, ad quadratum ex DH ut CG ad GF, invertendo, erit quadratum ex DH ad quadratum ex DO ut FG ad GC; et, componendo, erit summa quadratorum ex DH, DO ad quadratum ex DO ut CF ad CG: quoniam vero est summa quadratorum ex DM, DO ad summam quadratorum ex DN, DO ut CF ad CG, et summa quadratorum ex DO, DH ad quadratum ex DO ut CF ad CG, erit rectangulum HMK ad quadratum ex DN ut CF ad CG; et, invertendo, erit quadratum ex DN ad rectangulum HMK ut CG ad CF. *Q. E. D.*

2. Quando punctum G est extra circulum.

Quoniam

Quoniam est duplum quadrati ex DN ad summam quadratorum ex MH, MK ut CG ad CF, et est summa quadratorum ex MH, MK æqualis duplo summæ quadratorum ex DM, DH, erit duplum quadrati ex DN ad duplum summæ quadratorum ex DM, DH ut CG ad CF; quare erit quadratum ex DN ad summam quadratorum ex DM, DH ut CG ad CF. Quoniam est rectangulum ADB, hoc est, quadratum ex DO, ad quadratum ex DH ut CG ad GF, erit, convertendo, quadratum ex DO ad excessum quadratorum ex DO, DH ut CG ad CF: quoniam vero est quadratum ex DN ad summam quadratorum ex DM, DH ut CG ad CF, et quadratum ex DO ad excessum quadratorum ex DO, DH, ut CG ad CF, erit summa quadratorum ex DN, DO ad summam quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF; quare erit duplum summæ quadratorum ex DN, DO ad duplum summæ quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF: est autem summa quadratorum ex NO, NP æqualis duplo summæ quadratorum ex DN, DO, et summa quadratorum ex MO, MP æqualis duplo summæ quadratorum ex DM, DO; quare erit summa quadratorum ex NO, NP

ad summam quadratorum ex MO, MP ut CG ad CF. Quod quidem [46. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est [46. h.] summa quadratorum ex NO, NP ad summam quadratorum ex MO, MP ut CG ad CF, et est summa quadratorum ex NO, NP æqualis duplo summæ quadratorum ex DN, DO, et summa quadratorum ex MO, MP æqualis duplo summæ quadratorum ex DM, DO, erit duplum summæ quadratorum ex DN, DO ad duplum summæ quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF; quare erit summa quadratorum ex DN, DO ad summam quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF. Quoniam est rectangulum ADB, hoc est, quadratum ex DO, ad quadratum ex DH ut CG ad GF, erit, convertendo, quadratum ex DO ad excessum quadratorum ex DO, DH ut CG ad CF: quoniam vero est summa quadratorum ex DN, DO ad summam quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF, et quadratum ex DO ad excessum quadratorum ex DO, DH ut CG ad CF, erit quadratum ex DN ad summam quadratorum ex DM, DH ut CG ad CF; quare erit duplum quadrati ex DN ad duplum summæ quadratorum ex DM, DH

DH ut CG ad CF : est autem summa quadratorum ex MH, MK æqualis duplo summae quadratorum ex DM, DH ; erit igitur duplum quadrati ex DN ad summam quadratorum ex MH, MK ut CG ad CF.
Q. E. D.

P R O P. LII. Fig. 182. 183.

In AB diametro circuli sumantur duo puncta C, D, sitque ut AC ad CB ita AD ad DB, per puncta C, D ducantur CE, DF normales rectæ AB, in DF sumantur duo puncta F, G, ad diversas partes puncti D, si sit punctum D extra circulum, si vero sit punctum D intra circulum, ad easdem, sitque rectangulum FDG æquale rectangulo ADB, et sit DF major DG, in DF sumatur DH æqualis rectæ DG, et in CE sumantur CK, CL æquales, sitque quadratum ex CK, vel CL, ad rectangulum ACB ut FG ad FH, a punctis F, G inflectantur FM, GM, ad punctum quodvis M in circulo, rectæ KL occurrentes in N, O ; si sit punctum D extra circulum, erit summa quadratorum ex NK, NL ad duplum rectanguli

rectanguli KOL ut FD ad DG; si vero sit punctum D intra circulum, erit duplum rectanguli KNL ad summam quadratorum ex OK, OL ut FD ad DG.

In KL fumantur CP, CQ æquales; et sit rectangulum ACB ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FG.

1. Quando punctum D est extra circulum: occurrat CE circulo in E.

Quoniam est summa quadratorum ex NK, NL ad duplum rectanguli KOL ut FD ad DG, et est summa quadratorum ex NK, NL æqualis duplo summæ quadratorum ex CK, CN, erit duplum summæ quadratorum ex CK, CN ad duplum rectanguli KOL ut FD ad DG; quare erit summa quadratorum ex CK, CN ad rectangulum KOL ut FD ad DG. Quoniam est quadratum ex CK ad rectangulum ACB, hoc est, ad quadratum ex CE, ut FG ad FH, et rectangulum ACB, hoc est, quadratum ex CE, ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex CK ad quadratum ex CQ ut FD ad FH; et, convertendo, erit quadratum ex CK ad rectangulum QKP, vel QLP, ut FD

FD ad DH, hoc est, ut FD ad DG: quoniam vero est summa quadratorum ex CK, CN ad rectangulum KOL ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QLP ut FD ad DG, erit quadratum ex CN ad rectangulum QOP ut FD ad DG. Quod quidem [50. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est rectangulum ACB, hoc est, quadratum ex CE, ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad DG, erit [50. h.] quadratum ex CN ad rectangulum QOP ut FD ad DG: et quoniam est quadratum ex CK, vel CL, ad rectangulum ACB, hoc est, ad quadratum ex CE, ut FG ad FH, et rectangulum ACB, hoc est, quadratum ex CE, ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex CK, vel CL, ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad FH; et, convertendo, erit quadratum ex CK ad rectangulum QLP ut FD ad DG: quoniam vero est quadratum ex CN ad rectangulum QOP ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QLP ut FD ad DG, erit summa quadratorum ex CN, CK ad rectangulum KOL ut FD ad DG; quare erit
duplum

duplum summæ quadratorum ex CN, CK ad duplum rectanguli KOL ut FD ad DG : est autem summa quadratorum ex NK, NL æqualis duplo summæ quadratorum ex CK, CN ; quare erit summa quadratorum ex NK, NL ad duplum rectanguli KOL ut FD ad DG. *Q. E. D.*

2. Quando punctum D est intra circulum.

Quoniam est duplum rectanguli KNL ad summam quadratorum ex OK, OL ut FD ad DG, et est summa quadratorum ex OK, OL æqualis duplo summæ quadratorum ex CO, CK, erit duplum rectanguli KNL ad duplum summæ quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG ; quare erit rectangulum KNL ad summam quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG. Quoniam est quadratum ex CK ad rectangulum ACB ut FG ad FH, et rectangulum ACB ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex CK ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FH ; quare erit quadratum ex CK ad rectangulum QKP, vel QLP, ut FD ad DH, hoc est, ut FD ad DG : quoniam vero est rectangulum KNL ad summam quadratorum

ex

ex CK, CO ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QKP ut FD ad DG, erit quadratum ex CN ad summam quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG; quare erit duplum quadrati ex CN ad duplum summæ quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG; est autem summa quadratorum ex OQ, OP æqualis duplo summæ quadratorum ex CQ, CO; erit igitur duplum quadrati ex CN ad summam quadratorum ex OQ, OP ut FD ad DG. Quod quidem [51. h.] ita se habet.

Compositio. Quoniam est rectangulum ACB ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad FG, erit [51. h.] duplum quadrati ex CN ad summam quadratorum ex OQ, OP ut FD ad DG: est autem summa quadratorum ex OQ, OP æqualis duplo summæ quadratorum ex CQ, CO; quare erit duplum quadrati ex CN ad duplum summæ quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG; erit igitur quadratum ex CN ad summam quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG: et quoniam est quadratum ex CK ad rectangulum ACB ut FG ad FH, et rectangulum ACB ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad

E e FG,

FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex GK ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FH; quare erit quadratum ex CK ad rectangulum QKP, vel QLP, ut FD ad DH, hoc est, ut FD ad DG; quoniam vero est quadratum ex CN ad summam quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QKP ut FD ad DG, erit rectangulum KNL ad summam quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG; quare erit duplum rectanguli KNL ad duplum summæ quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG; est autem summa quadratorum ex OK, OL æqualis duplo summæ quadratorum ex CK, CO; est igitur duplum rectanguli KNL ad summam quadratorum ex OK, OL ut FD ad DG.
Q. E. D.

F I N I S.



Fig. 175.

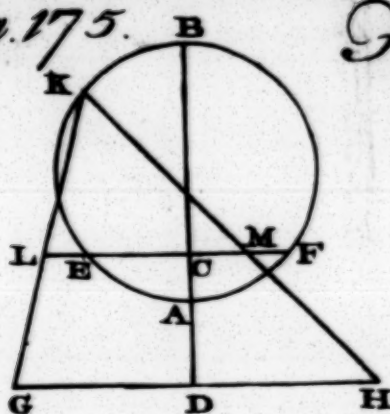


Fig. 176.

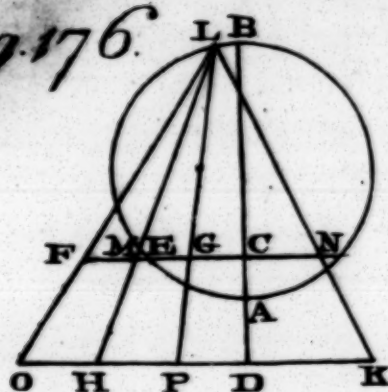


Fig. 177.

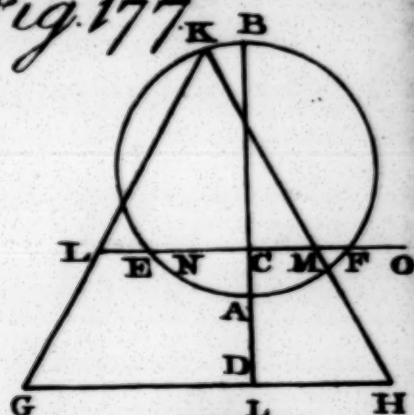


Fig. 178.

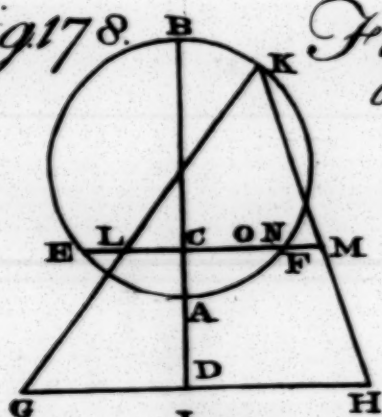


Fig. 179.

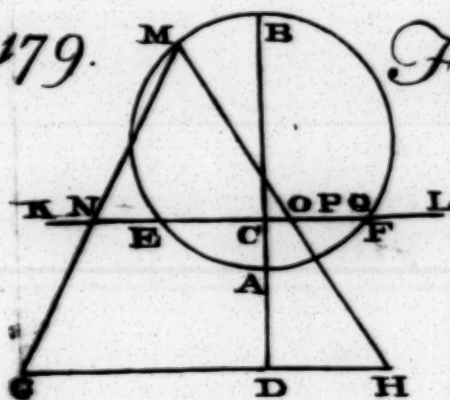


Fig. 180.

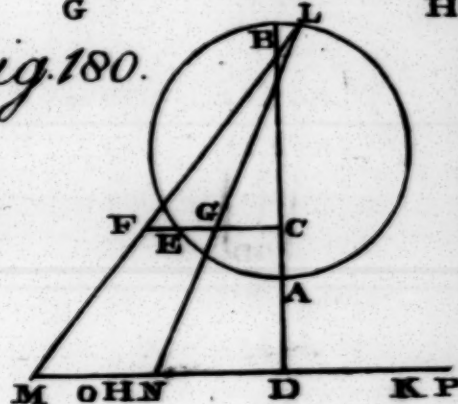


Fig. 181.

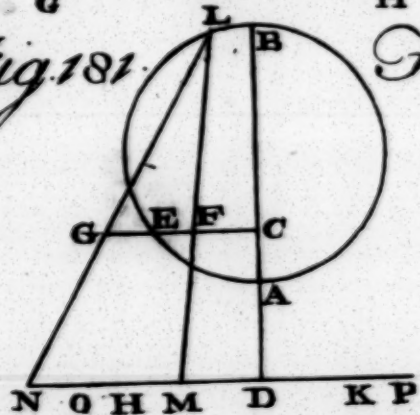


Fig. 182.

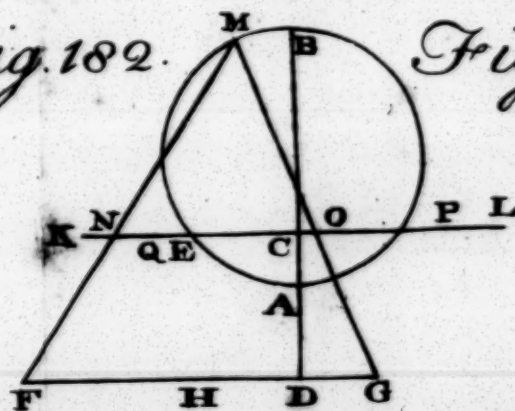


Fig. 183.

